



RAPPORTSERIE OM DÖDLIGHET

# Pensionsmyndighetens dödlighetsprognoser

Alternativa modeller och jämförelse med SCB:s prognos

Rapport nr 4 i rapportserie om dödlighet



PENSIONS  
MYNDIGHETEN

# Innehåll

Förord .....	i
Sammanfattning .....	ii
Inledning dödlighetsprognoser .....	1
Termer som används i rapporten .....	1
Andra dödlighetsprognoser .....	3
Data .....	3
Analys av observerad dödlighet .....	4
Långsiktig trend .....	4
Observerad dödlighet 2002 till 2024 .....	5
Prognos för befolkningens dödlighet .....	10
Enkel prognos .....	10
Detaljerad prognos .....	18
Utjämnad prognos .....	23
Sammanfattning av befolkningsprognoser .....	31
Prognos för premiepensionens dödlighet .....	32
Analys av viktad dödsrisk .....	32
Viktad prognos .....	35
Diskussion .....	42
Referenser .....	43
Bilaga – Matematisk beskrivning av prognosmetoder .....	44
Enkel prognos .....	44
Detaljerad prognos .....	45
Utjämnad prognos .....	46

# Förord

Pensionsmyndighetens uppdrag är att administrera och betala ut den allmänna pensionen. Vi ska ge såväl generell som individuell information om hela pensionen samt informera om vilka faktorer som påverkar pensionens storlek och tydliggöra vilka konsekvenser olika val kan få för pensionen. Vidare ska myndigheten stärka pensionärer och pensionssparare som konsumenter inom pensionsrelaterade områden. Vi ska också följa, analysera och förmedla ålderspensionssystemets utveckling och effekter för enskilda och samhälle.

Pensionsmyndigheten betalar ut livsvariga förmåner och behöver därför använda modeller för hur länge nuvarande och framtida pensionärer förväntas leva. Denna tekniska rapport utvärderar olika matematiska modeller för livslängdsprognoser. Pensionsmyndighetens alternativa prognoser jämförs med den befolkningsprognos från SCB som i nuläget används som utgångspunkt för premiepensionens dödlighetsantaganden.

Rapporten har skrivits av chefaktuarie Erland Ekheden och aktuarien Linda Perkiö. Aktuarierna Anders Carlsson och Karl Birkholz har bistått med kvalitetssäkring och synpunkter.

Stockholm, 27 mars 2025

**Elin Berglöf**

Tillförordnad analyschef, Pensionsmyndigheten

# Sammanfattning

Premiepensionen betalas ut livsvarigt. Det är därför en central uppgift för Pensionsmyndigheten att göra prognoser över hur länge nuvarande och framtida pensionärer förväntas leva. Som utgångspunkt för dessa prognoser används Statistiska centralbyråns, SCB:s, befolkningsprognoser. I denna rapport utvärderar vi andra prognosmetoder för hur dödligheten utvecklas. Analysen visar att dessa alternativa metoder ger resultat som stämmer överens med SCB:s prognos. Därför drar Pensionsmyndigheten slutsatsen att det är rimligt att fortsatt använda SCB:s prognos som utgångspunkt för premiepensionens dödlighetsantaganden.

Livslängden i Sverige har ökat över tid och risken att avlida inom ett år har minskat under perioden vi studerar i denna rapport, särskilt för individer mellan 50 och 80 år.

Pensionsmyndigheten använder i dagsläget prognoser från SCB om framtida livslängd i premiepensionen för att beräkna exempelvis delningstalen. Dessa används bland annat för att omvandla värdet på premiepensionskontot till ett månatligt pensionsbelopp. Som en kontroll eller rimlighetsbedömning av SCB:s prognos tar Pensionsmyndigheten i denna rapport fram tre olika modeller med stigande komplexitet för befolkningens dödlighet. Modellernas parametrar, det vill säga dödsrisk i början av prognostiden och förändringstakt över tid, skattas med hjälp av observerad dödlighet under perioden 2002 - 2024. Modeller används sedan för att göra alternativa prognoser för framtida dödlighet.

Den första modellen, som vi kallar enkel prognos, bygger på en dödsrisk i början av prognostiden som varierar med ålder och en förändringstakt som är densamma för alla åldrar. Den modellen blir något underanpassad jämfört med observerad dödlighet, eftersom den antar att dödsrisken utvecklas på samma sätt vid alla åldrar. I praktiken har dödsrisken minskat allra mest i de åldrar där det finns flest pensionärer. Om samma mönster fortsätter framöver skulle denna modell innebära att livslängden för pensionärer i framtiden underskattas.

Den andra modellen är mer detaljerad och förbättringstakten anpassas vid varje enskild ålder, oberoende av andra åldrar. Resultatet blir något överanpassat jämfört med förväntad framtida dödlighet, eftersom slumpvis variation i den observerade dödligheten förstärks av modellen. Det blir relativt stora skillnader i framtida dödlighet mellan olika åldrar, men i praktiken förväntar vi oss inte att dödsrisken ökar eller minskar särskilt mycket bara för att en person passerar sin födelsedag. Risken att avlida bör utvecklas mer jämnt mellan olika åldrar.

Den tredje och bästa modellen för befolkningens dödlighet är en utjämnad version av den andra, detaljerade modellen, där både den ursprungliga dödsrisken och förbättringstakten varierar med ålder men är utjämnade så

att förändringarna mellan olika åldrar sker gradvis. Denna modell ger en prognos som ser rimlig ut och som stämmer relativt väl överens med prognosen från SCB.

Tabell 1 nedan visar en sammanfattning av beräknad livslängd år 2068 enligt Pensionsmyndighetens olika prognosmodeller för befolkningens dödlighet jämfört med SCB:s prognos.

Tabell 1. Beräknad livslängd år 2068 baserat på olika prognoser.

Livslängd år 2068	Enkel prognos	Detaljerad prognos	Utjämnad prognos	SCB:s prognos
Medellivslängd från födsel – Män	84,3 år	87,8 år	88,2 år	87,2 år
Medellivslängd från födsel – Kvinnor	88,4 år	89,6 år	89,8 år	89,6 år
Återstående livslängd från 65 års ålder - Män	20,3 år	23,8 år	23,8 år	24,2 år
Återstående livslängd från 65 års ålder - Kvinnor	24,0 år	25,2 år	25,1 år	25,8 år

Slutligen utvärderar Pensionsmyndigheten en prognos där dödligheten viktas med pensionens storlek. När det kommer till premiepensionen är det inte bara centralt hur länge en genomsnittlig person lever, utan också hur länge varje pensionskrona förväntas betalas ut. Denna prognos liknar den utjämnade prognosen, men med en något längre livslängd. Detta stämmer överens med tidigare analyser som visar att personer med hög pension lever längre i genomsnitt än de med lägre pension.

Analyserna i denna rapport visar att andra prognosmetoder ger resultat som stämmer väl överens med SCB:s prognos, särskilt efter 60 års ålder. Därför anser Pensionsmyndigheten att SCB:s prognos utgör en fortsatt rimlig utgångspunkt för premiepensionens dödlighetsantaganden. Arbetet med denna rapport har dock gett en utökad förståelse för hur vårt bestånd ser ut och hur vi kan göra rimlighetsbedömningar av SCB:s prognoser i framtiden.

# Inledning dödlighetsprognoser

Premiepensionen är livsvarig och ska beräknas lika för kvinnor och män (Socialförsäkringsbalken 64 kap 8 §). Därför används antaganden om framtida dödlighet bland annat för de delningstal som i sin tur används för att beräkna månadsutbetalningar från premiepensionen.

Dödlighetsantaganden för premiepensionen grundar sig på prognoser om dödlighet från Statistiska Centralbyrån (SCB). Prognoserna baseras på hela Sveriges befolkning, och Pensionsmyndigheten anpassar sedan SCB:s prognoser för att bättre motsvarapremiepensionens bestånd. Beståndet för premiepensionssystemet är i hög grad detsamma som Sveriges befolkning men det finns skillnader. Det finns individer bosatta utanför Sverige med premiepension samt bosatta i Sverige utan premiepension. Dessutom kan dödligheten skilja sig beroende på om man räknar genomsnittlig livstid eller genomsnittlig utbetalningstid per pensionskrona. Det är inte säkert att dödlighetstrender över tid för premiepensionens bestånd utvecklas på samma sätt som för Sveriges befolkning.

En vanlig metod för att producera en dödlighetsprognos är att välja en modell som passar observerad dödlighet. Modellen kan sedan extrapoleras framåt i tiden för att göra en prognos för framtida dödlighet.

När Pensionsmyndigheten vid tidigare tillfällen har uppdaterat de dödlighetsantaganden som används inom premiepensionen har vi stämt av hur väl SCB:s modell stämmer överens med observerad dödlighet i vårt bestånd. Däremot har vi inte tidigare gjort några egna beräkningar av hur dödsrisken kan tänkas utvecklas i framtiden eller gjort någon fristående utvärdering av SCB:s framskrivning. I denna rapport gör vi egna oberoende framskrivningar och jämför dessa med SCB:s prognos för framtida dödlighet.

Ett syfte med denna rapport är att undersöka i vilken utsträckning en dödlighetsprognos baserad på premiepensionens faktiska bestånd överensstämmer med den dödlighetsprognos som SCB tar fram. Ett annat syfte är att utforska alternativa metoder för att göra dödlighetsprognoser än den metod som SCB använder.

Detta är en teknisk rapport som riktar sig till läsare som är intresserade av matematiska modeller för dödlighet.

## Termer som används i rapporten

I den här rapporten används ett antal matematiska och försäkringstekniska termer. Vi definierar de termer vi använder nedan.

**Dödsrisk:** Dödsrisk i denna rapport uttrycks i procent och representerar andelen avlidna individer i en given grupp. Detta räknas ut genom att antalet dödsfall divideras med antal personer i gruppen. Till exempel, om det vid årets början finns 1 000 individer i en viss grupp och 10 avlider under året är dödstalet  $10 / 1\,000 = 1\%$  för den gruppen under det året. Dödsrisk

representeras i matematiska formler med bokstaven  $q$  och dödsrisken vid en given ålder  $x$  skrivs som  $q_x$ .

**Exponering:** När det kommer till dödlighetsanalys betyder exponering antalet individer som ingår i den studerade gruppen som skulle kunna avlida under en viss period. Till exempel skulle exponeringen för män vid åldern  $x$  hänvisa till antalet män som är vid liv vid åldern  $x$  (och som därför riskerar att dö). Exponeringen kan bestämmas på två sätt, antingen *initial exponering* som räknar befolkningen i början av en period som kommer att vara under risk under perioden, eller *central exponering* som räknar det genomsnittliga antalet personer under risk under perioden. Våra beräkningar i denna rapport använder *initial exponering* eftersom det är det mått som närmast motsvarar risken för en person att avlida inom ett år. Exponering behöver inte bara avse antal personer utan det kan också mätas i antal utbetalda pensionskronor.

**Lee-Carter:** är en modell som kan användas för att producera dödlighetsprognoser. Modellen bygger på att parametrar som representerar genomsnittlig dödlighet och en trend för dödlighetens utveckling skattas för olika åldersgrupper. Detta innebär att prognosdödligheten har en ålderseffekt och en åldersberoende periodeffekt. Denna metod har länge varit standard för dödlighetsprognoser och anses producera rimliga resultat även om den innehåller vissa begränsningar. Modellen är relativt känslig för vilken period som används som utgångspunkt för framskrivningen och antar att de olika åldersgrupperna kommer ha samma relativa betydelse för dödlighetens utveckling i framtiden som de har haft historiskt.

**Logit-transformering:** Logit är en funktion som kan användas för matematisk transformering. En matematisk transformation är en operation som omvandlar siffror eller funktioner från ett format till ett annat. Det kan till exempel innebära att man byter enhet. Ett vardagligt exempel är att omvandla ett mått från antal matskedar till milliliter när man bakar. Logit är en transformering som kan användas för sannolikheter. En fördel med logit-transformering är att en sannolikhet måste vara mellan 0 och 1 medan den transformerade sannolikheten kan vara vilket tal som helst, vilket kan vara användbart för vidare analys. Transformeringen av en sannolikhet  $p$  är:  
$$\text{logit}(p) = \log_e\left(\frac{p}{1-p}\right)$$

**Medellivslängd från födsel:** Medellivslängd från födsel är detsamma som Återstående livslängd (se nedan) beräknat från 0 års ålder.

**Standardiserat dödstal:** Ett standardiserat dödstal kan användas för att jämföra hur dödstal utvecklas över tid samtidigt som befolkningens sammansättning förändras, till exempel om fördelningen mellan olika åldrar förändras. Det beräknas genom att dödstalet för varje kön och ålder multipliceras med antalet individer i en standardbefolkning för att räkna ut hur många individer som skulle förväntas avlida om antalet individer i befolkningen under mätperioden var desamma som i standardbefolkningen. Det standardiserade dödstalet beräknas genom att summera de förväntade dödstalen över alla åldrar och kön och därefter dividera den totala summan av förväntade dödsfall med det totala antalet individer i

standardbefolkningen. Standardiserat dödstal i denna rapport uttrycks i procent.

**Återstående livslängd:** är ett standardmått som kan användas för att sammanfatta dödlighet vid alla åldrar i ett enda tal som kan jämföras mellan olika kalenderår eller olika prognoser. Återstående livslängd bestäms av dödligheten i olika åldrar under en specifik period. Till exempel, återstående livslängd från 65 års ålder för år 2023 räknas ut baserat på dödstalen under 2023 vid varje ålder efter 65. Vi mäter sannolikheten att avlida vid 65 års ålder baserat på antalet dödsfall och överlevande vid 65 års ålder under 2023, sannolikheten att avlida vid 66 års ålder baserat på antalet dödsfall och överlevande vid 66 års ålder under 2023 och så vidare. Återstående livslängd uttrycks i antal år. Återstående livslängd från 65 års ålder är inte samma sak som förväntad livslängd för en individ som idag är 65 år gammal eftersom måttet inte tar hänsyn till att dödlighet förändras över tid.

## Andra dödlighetsprognoser

SCB producerar regelbundet prognoser för Sveriges befolkning. En viktig del av dessa prognoser är den framtida dödligheten. Pensionsmyndigheten använder SCB:s prognoser som underlag för premiepensionens dödlighetsantaganden. Den senaste prognosen och uppdaterade dödlighetsantaganden för premiepensionen sammanfattas i Pensionsmyndighetens rapport *Nya dödlighetsantaganden för premiepensionen* som publicerades i december 2024.

En annan organisation som gör prognoser för dödlighet i Sverige är branschorganisationen Svensk Försäkring. Deras dödlighetsundersökningar kallas DUS och den senaste versionen är DUS23 från 2023. Dessa dödlighetsundersökningar fokuserar på den försäkrade befolkningen, det vill säga individer som omfattas av liv- eller pensionsförsäkringar.

Både SCB och Svensk Försäkring använder Lee-Carter-modellen (Lee & Carter, 1992) som utgångspunkt för sina prognoser. SCB använder inte Lee-Carter-modellen fullt ut utan gör även manuella justeringar och använder olika modeller för olika åldersgrupper. Enligt SCB:s prognos förväntas medellivslängd från födseln år 2068 vara 87,2 år för män och 89,6 år för kvinnor. Samma år förväntas återstående livslängd från 65 års ålder vara 24,2 år för män och 25,8 år för kvinnor.

## Data

Analysen i denna rapport är baserad på data från Pensionsmyndighetens datalager *Pedal*. Vi analyserar endast dödlighet och livslängd för individer folkbokförda i Sverige. Den studerade perioden är 1 januari 2002 till 31 december 2024 om inte annat anges. Vi vet från tidigare analyser att vår dödsfallsstatistik för individer boende utanför Sverige inte är komplett, särskilt för individer som inte tar ut någon pension. Eftersom majoriteten av vårt bestånd består av individer folkbokförda i Sverige väljer vi att begränsa analysen i denna rapport till denna grupp.



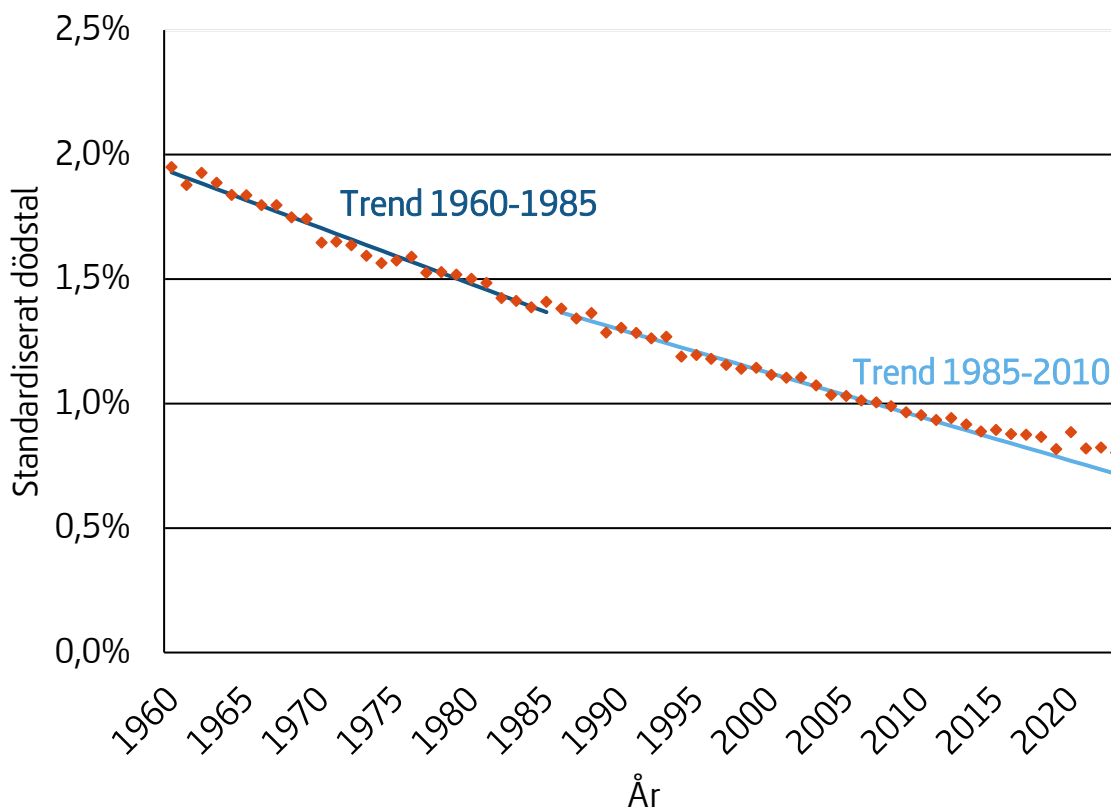
# Analys av observerad dödlighet

Dödlighet, eller risken att avlida inom ett visst tidsintervall, beror generellt på ålder där risken att avlida är högre bland äldre än bland yngre. Samtidigt kan risken att avlida vid en given ålder förändras över tid. I modern tid har trenden varit att dödligheten i Sverige minskar och att livslängden därmed ökar. I detta avsnitt studerar vi dödlighetens utveckling för Sveriges befolkning, det vill säga alla individer folkbokförda i Sverige.

## Långsiktig trend

Ett sätt att mäta hur dödligheten för en befolkning förändras över tid är att beräkna dödstal. Figur 1 nedan visar en långsiktig trend för standardiserade dödstal för Sveriges befolkning baserat på dödsfallsstatistik från SCB. Ett standardiserat dödstal innebär att man kontrollerar för befolkningens storlek och åldersstruktur. I detta fall använder vi ett standardiserat dödstal baserat på Sveriges befolkning för 2018. Vi väljer år 2018 eftersom det utgör utgångspunkten för Pensionsmyndighetens prognoser senare i denna rapport.

Figur 1. Standardiserat dödstal för Sveriges befolkning under perioden 1960 till 2023



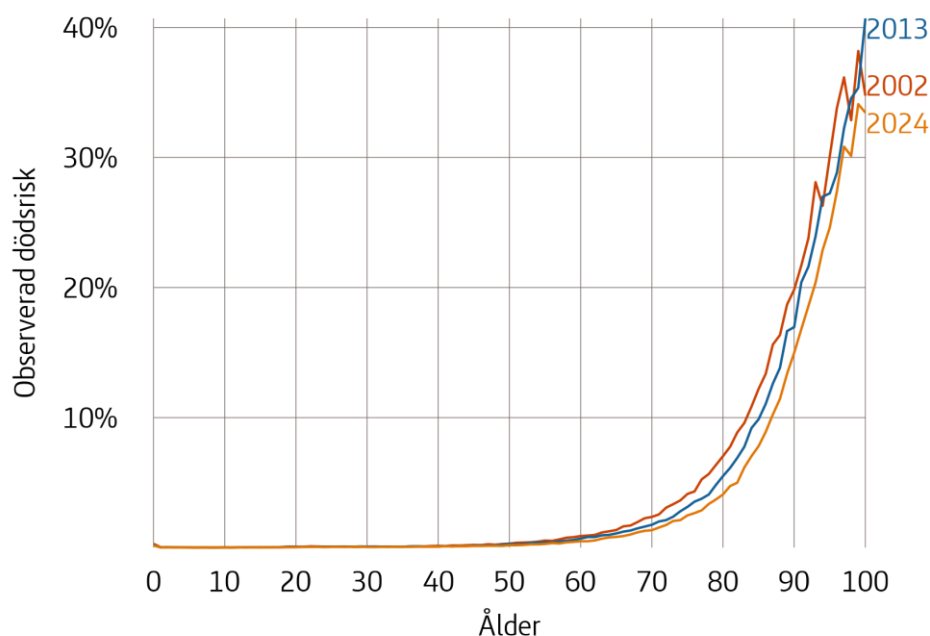
Som vi ser i Figur 1 minskade Sveriges dödlighet kraftigt under 1960- och 1970-talet. Dödligheten har fortsatt minska under senare decennier men minskningstakten är något lägre, vilket framgår av att lutningen på trendlinjen för perioden 1985-2010 är något mindre jämfört med trendlinjen för 1960-1985. Dessutom kan vi se att de orange symbolerna, som motsvarar det standardiserade dödstalet beräknat för varje kalenderår, ligger ovanför den tidigare trenden efter 2010. När vi gör långsiktiga prognoser för framtida dödlighet är förändringstakten viktig och vilken period som används för att uppskatta trenden kan ha stor betydelse för resultaten.

## Observerad dödlighet 2002 till 2024

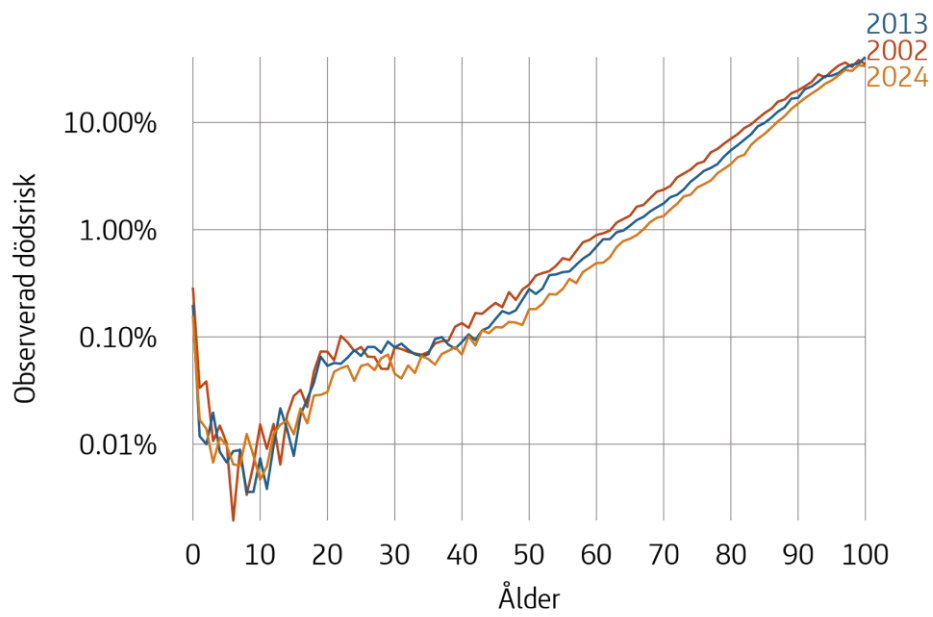
I detta avsnitt och i prognoserna senare i denna rapport använder vi dödlighetsstatistik från Pensionsmyndighetens datalager för perioden 2002 till 2024. Det beror dels på att Pensionsmyndighetens datalager innehåller komplett befolkningsstatistik från tidigt 2000-tal, dels på att vi bedömer att detta ger oss en bra balans mellan att ha tillräcklig mängd data och samtidigt basera våra prognoser på det senaste trenden.

Utöver den långsiktiga trenden finns ett välkänt samband mellan dödsrisk och ålder. Figur 2 till Figur 5 nedan visar observerad dödsrisk under åren 2003, 2013 och 2023 för män och kvinnor i olika åldrar. Figurerna visas både på linjär och logaritmisk skala. En logaritmisk skala är användbar dels för att det är lättare att se mönstret vid både höga och låga åldrar i samma figur och för att om dödligheten ökar exponentiellt med ålder blir dödsrisken en rät linje på en logaritmisk skala.

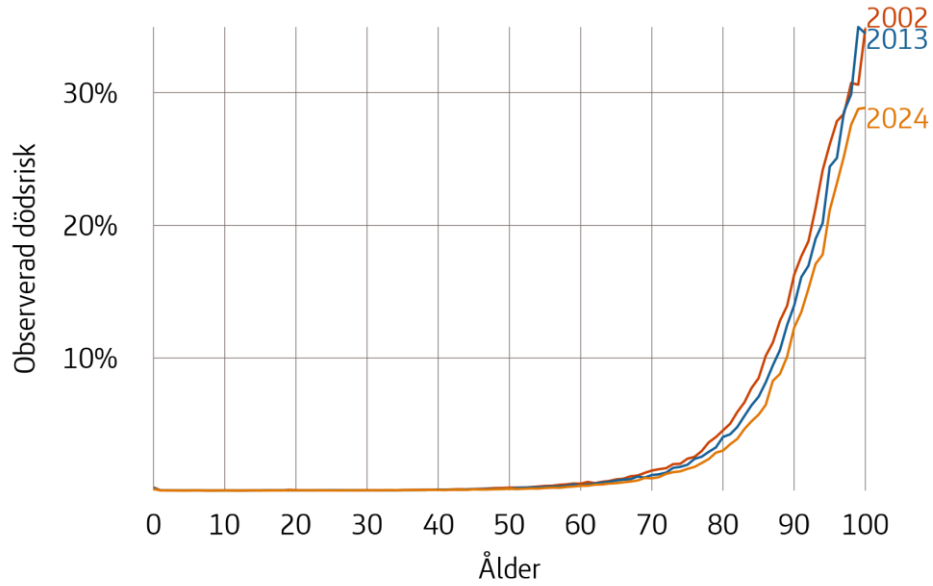
Figur 2. Observerad dödsrisk för män, linjär skala



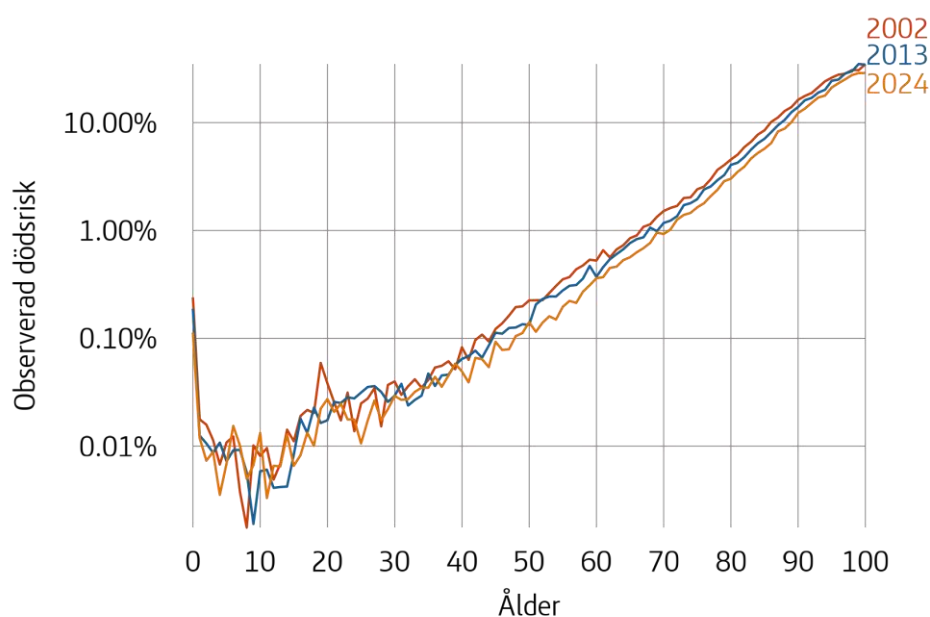
Figur 3. Observerad dödsrisk för män, logaritmisk skala



Figur 4. Observerad dödsrisk för kvinnor, linjär skala



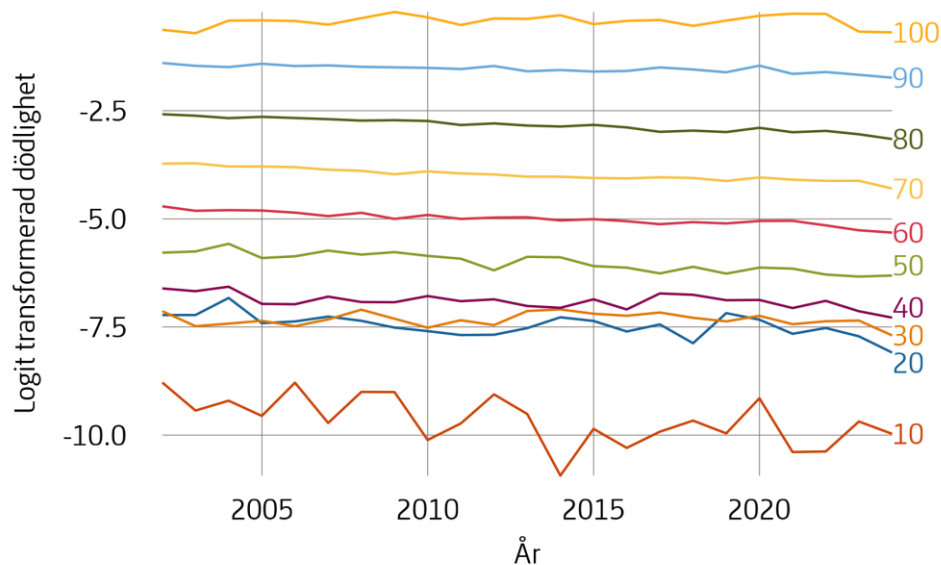
Figur 5. Observerad dödsrisk för kvinnor, logaritmisk skala



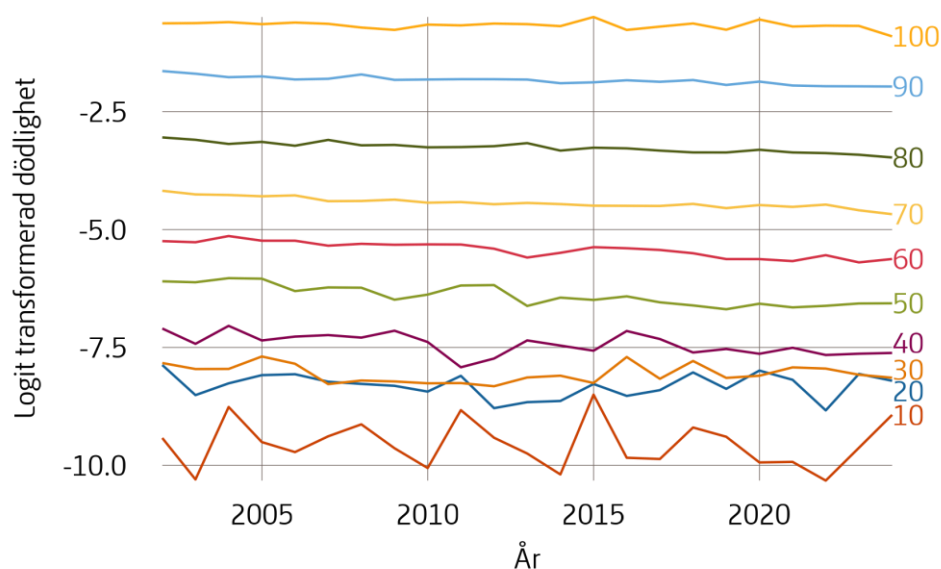
Figureerna visar att dödsrisken har minskat över tid, särskilt mellan 40 och 90 års ålder. Detta syns tydligast på den logaritmiska skalan. Dödsrisken är även generellt högre bland män än bland kvinnor. Genomgående i denna rapport modelleras dödsrisken separat för män och kvinnor.

Vi transformerar den observerade dödsrisken med funktionen logit. Denna transformation gör bland annat att skalan för dödsrisken, som annars är mellan 0 procent och 100 procent, utökas och att exponentiella trender blir linjära. Transformationen underlättar därmed våra möjligheter att anpassa modeller för dödlighet senare i denna rapport. Figur 6 och Figur 7 nedan visar logit transformerad dödlighet vid olika åldrar för män respektive kvinnor. Ett lågt värde innebär låg dödsrisk medan ett högre värde motsvarar en högre dödsrisk. En linje som går ner över tid innebär att dödsrisken har minskat under den studerade perioden.

Figur 6. Logit transformerad dödsrisk för män vid jämna åldrar mellan 10 och 100 år



Figur 7. Logit transformerad dödsrisk för kvinnor vid jämna åldrar mellan 10 och 100 år



Vi kan göra flera intressanta observationer från Figur 6 och Figur 7 ovan. Vi kan se att dödligheten generellt är lägst vid låga åldrar och blir högre med stigande ålder. Dödligheten har också minskat under den studerade

perioden, vilket motsvarar en ökande livslängd. Linjerna är hackiga vid de lägsta åldrarna, vilket beror på att relativt få individer avlider och därför kan slumpvis variation i dödlighet ha stor effekt på den observerade dödsrisken från år till år. Vi kan även se att linjen vid 100 års ålder också är mer ojämn, särskilt för män, av liknande anledning men där handlar det främst om att antalet individer som fortfarande är vid liv är relativt lågt. Slutligen kan vi se att den logit transformerade dödsrisken vid varje ålder följer en trend som liknar en rät linje med viss slumpvis variation. När vi anpassar modeller och gör prognoser senare i denna rapport antar vi att den transformerade dödsrisken följer en linjär trend över tid.

# Prognos för befolkningens dödlighet

Det första steget för att göra en prognos är att välja en modell och anpassa den till observerade data. I detta fall behöver vi en modell för dödsrisk, eller transformerad dödsrisk. Det finns många olika modeller som kan användas för dödlighet. Vår modell baseras på en akademisk studie av Erland Ekheden och Ola Hössjer (Ekheden & Hössjer 2014) och antar att den underliggande transformerade dödsrisken är en funktion av ålder och kalenderår. Mer specifikt börjar vi med en modell för logit-transformerad dödsrisk vid varje ålder vid en specifik tidpunkt och lägger till en förändringstakt som vi antar är en rät linje. Uttryckt matematiskt blir modellen för dödsrisk  $q_{x,t}$  vid ålder  $x$  och tidpunkt  $t$ :

$$\text{logit}(q_{x,t}) = \text{logit}(q_{x,t_0}) + \delta_x (t - t_0)$$

Där  $t_0$  är det kalenderår vi utgår från och  $\delta_x$  är förändringstakten som kan vara densamma för alla åldrar eller olika för olika åldrar. Våra olika varianter av den här modellstrukturen beskrivs nedan och en mer utförlig matematisk beskrivning finns i bilaga A.

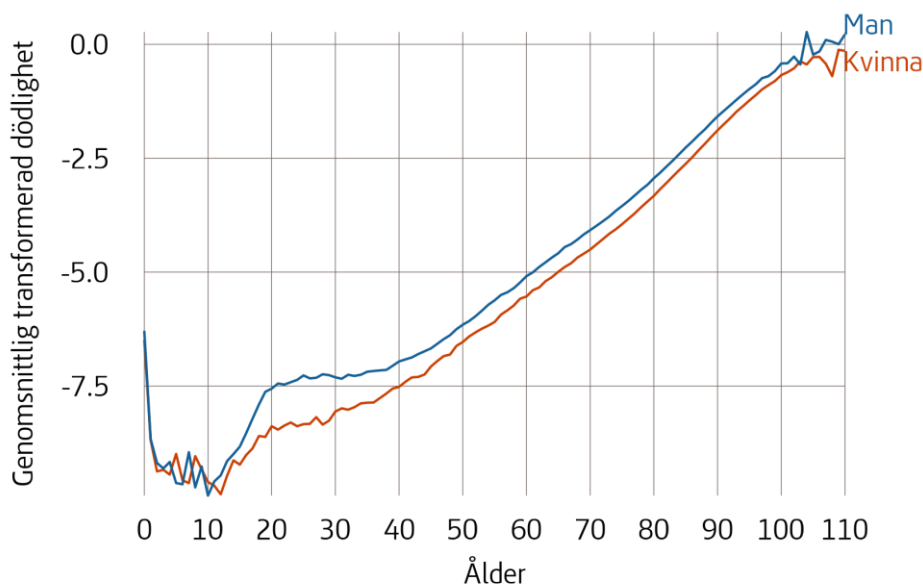
Våra första två modeller, som vi kallar enkel respektive detaljerad prognos, används delvis för att visa hur olika strukturer för förändringstakten  $\delta_x$  påverkar resultaten från prognosen. Vår enkla modell använder en förändringstakt som är densamma för alla åldrar medan den detaljerade modellen har en separat förändringstakt skattad vid varje ålder, helt oberoende av de skattade förändringstakterna vid andra åldrar. Vår tredje modell, som vi kallar utjämnad prognos, är vår bästa modell. Där varierar dödsrisk och förändringstakt med ålder men de är utjämnade så att förändring mellan olika åldrar sker gradvis.

När vi har valt en struktur för varje modell och skattat modellens parametrar baserat på observerad dödlighet använder vi den för att göra en prognos om framtiden. Det gör vi genom att extrapolera den anpassade modellen för framtida kalenderår.

## Enkel prognos

Vi börjar med att göra en enkel modell för befolkningens dödlighet som utgår från den genomsnittliga dödsrisken för perioden 2012 till 2024. Modellen antar att den logit-transformerade dödsrisken vid alla åldrar minskar med samma årliga förbättringstakt  $\delta$ . Figur 8 nedan visar den genomsnittliga logit-transformerade dödsrisken för män och kvinnor.

Figur 8. Genomsnittlig logit-transformerad dödsrisk vid olika åldrar för perioden 2012 till 2024

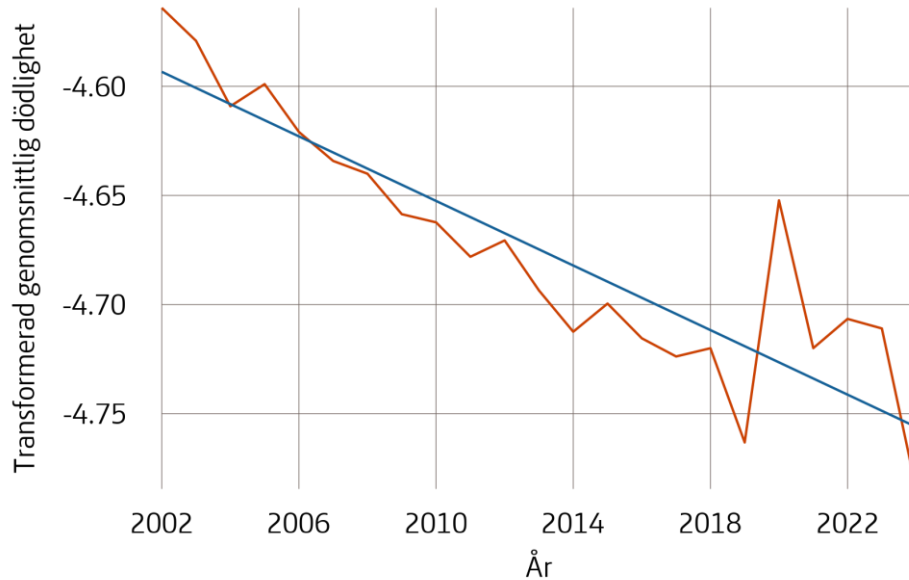


Den första delen av vår modell är den genomsnittliga transformerade dödsrisken, uttryckt matematiskt som  $\text{logit}(q_{x,0})$ . Den andra delen av vår modell beskriver hur dödsrisken utvecklas över tid. I vår enkla modell antar vi att förändringstakten  $\delta$  är konstant över alla åldrar och över tid. Vi beräknar därför den observerade dödsrisken under varje kalenderår oberoende av ålder och sedan anpassat en rät linje för att beräkna förändringstakten. Den räta linjen anpassas med hjälp av minsta kvadratmetoden. Figur 9 och Figur 10 nedan visar den transformerade dödsrisken oberoende av ålder men beroende på kalenderår samt vår anpassade, räta, linje. Vi skattar förändringstakten baserat på observerad dödlighet under perioden från 2002 till 2024. Tidsperioden som används för att skatta förändringstakten är längre än perioden som används för att skatta dödsrisken under det första året för prognosen. Det är för att en längre observationsperiod behövs för att beräkna en förändringstakt över tid än för att beräkna ett värde för ett enskilt år. Lutningen av denna räta linje

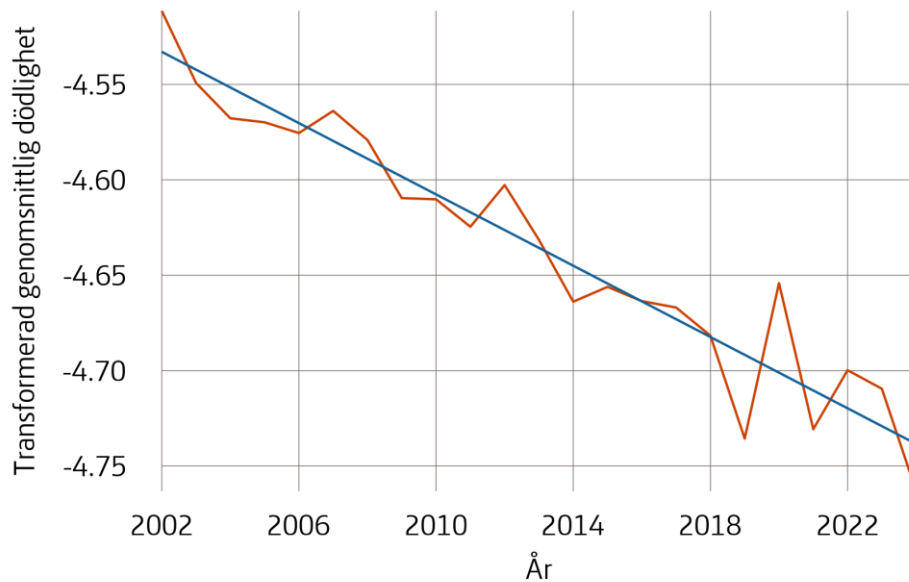


representerar förändringstakten  $\delta$  av den transformerade dödsrisken och är -0,00740 enheter per år för män och -0,00934 enheter per år för kvinnor.

Figur 9. Utvecklingen av transformerad dödsrisk över tid oberoende av ålder (orange) samt vår anpassade raka linje (blå) för män



Figur 10. Utvecklingen av transformerad dödsrisk över tid oberoende av ålder (orange) samt vår anpassade raka linje (blå) för kvinnor

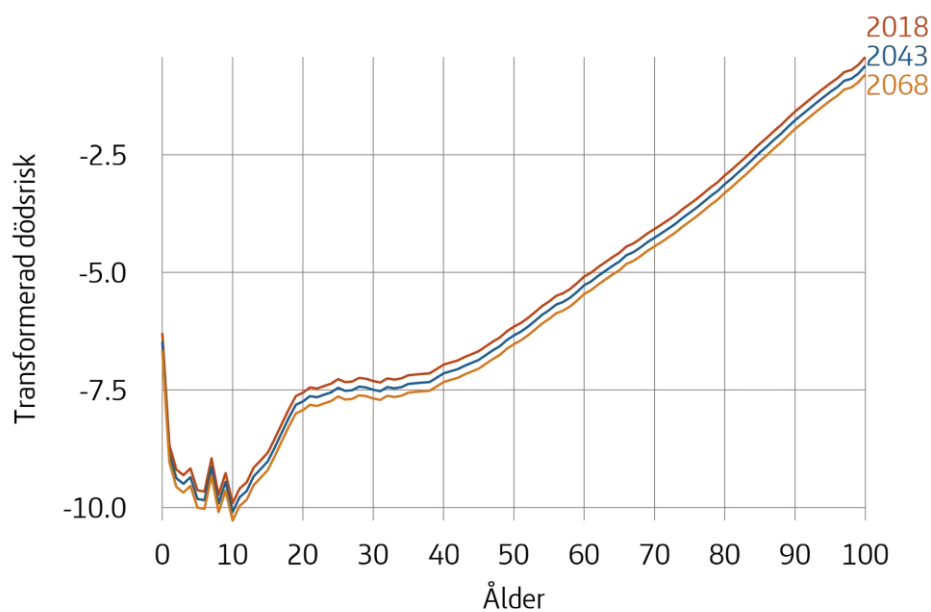


Vår prognos använder den genomsnittliga dödsrisken i början av perioden och vi extrapolerar den modell vi anpassar till observerade data för att uppskatta framtida dödlighet. Denna prognos baseras på den anpassade

förändringstakten det vill säga lutningen på de blå trendlinjerna i Figur 9 och Figur 10 ovan.

Dessa genomsnittliga förändringstakten, används för att projicera den transformerade dödsrisken för män och kvinnor vid olika åldrar. Prognosen för år 2043 och 2068 redovisas i Figur 11 och Figur 12 nedan tillsammans med startåret för prognosen, som antas vara 2018<sup>1</sup>.

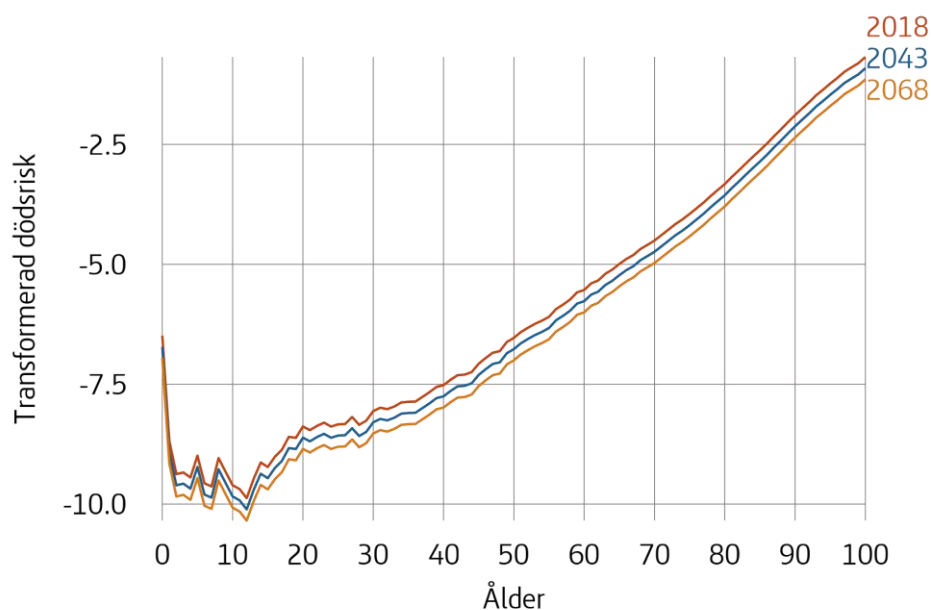
Figur 11. Enkel prognos av logit-transformerad dödsrisk för män



---

<sup>1</sup> Vi väljer att använda år 2018 för att det är i mitten av perioden 2012 till 2024, vilket är perioden som används för att beräkna genomsnittlig dödsrisk

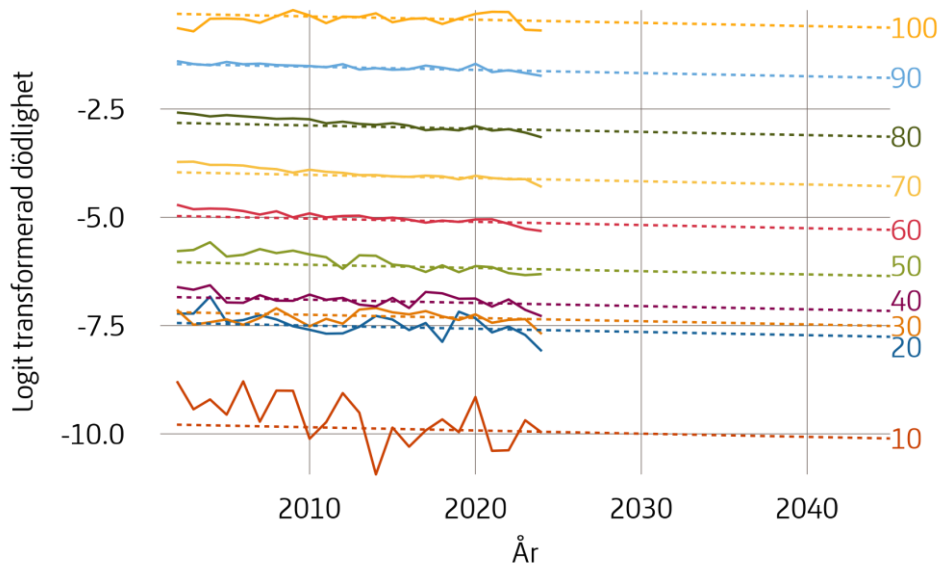
Figur 12. Enkel prognos av logit-transformerad dödlighet för kvinnor



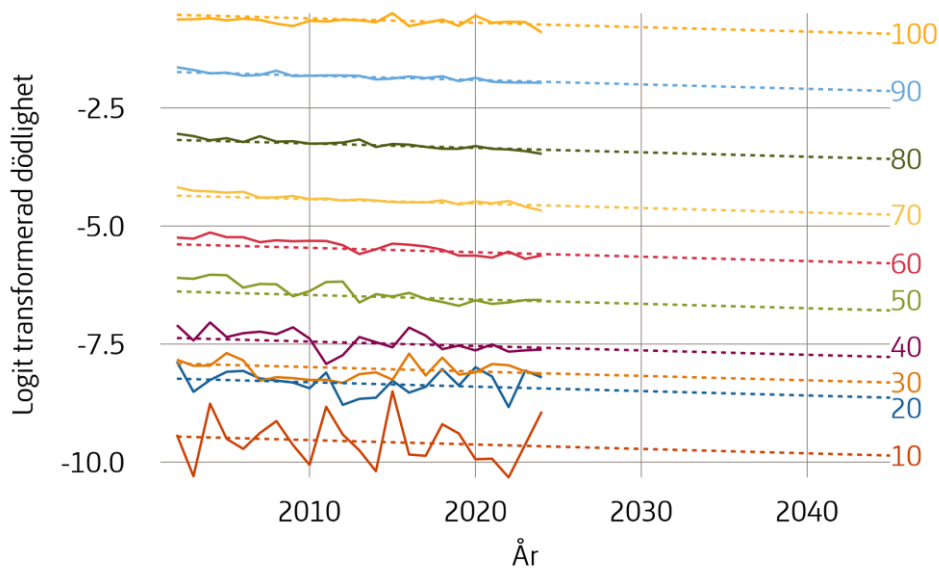
Figur 11 och Figur 12 ovan visar att åldersstrukturen är oförändrad mellan de olika prognosåren. Vi kan se detta eftersom varje kurva har samma form. Samtidigt blir hela kurvan lägre över tid, det vill säga förskjuts nedåt. Detta beror på att vi antar att förändringstakten är densamma vid alla åldrar.

Figur 13 och 14 nedan visar den logit-transformerade dödsrisken för män respektive kvinnor enligt vår enkla prognos jämfört med den observerade dödsrisken vid olika åldrar. Den observerade dödsrisken visas som heldragna linjer medan prognosen visas som en streckad linje.

Figur 13. Transformerad dödsrisk från prognos jämfört med observerad dödsrisk för män vid jämna åldrar mellan 10 och 100 år



Figur 14. Transformerad dödsrisk från prognos jämfört med observerad dödsrisk för kvinnor vid jämna åldrar mellan 10 och 100 år

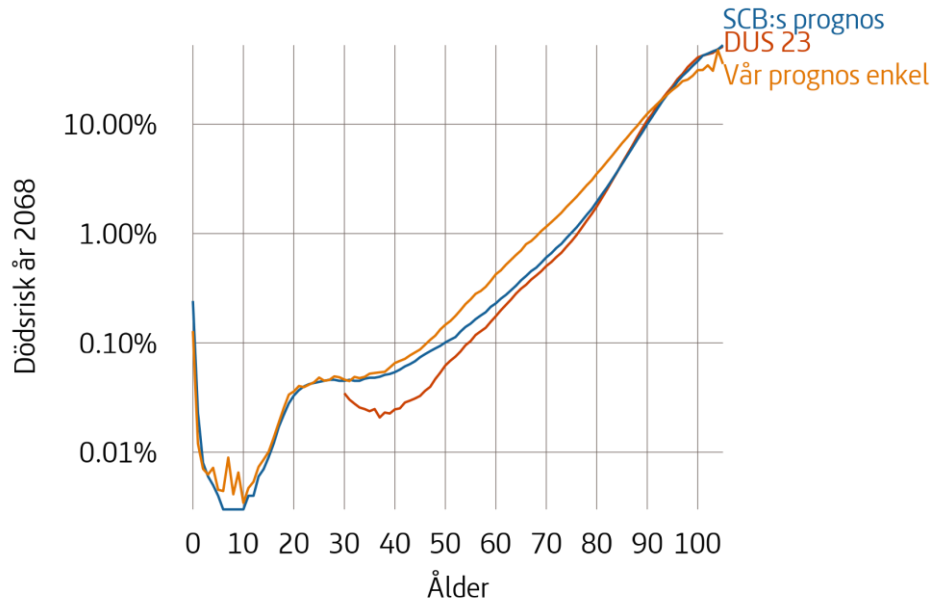


De transformerade dödsriskerna från prognosen ovan är raka linjer för varje ålder. Dessa linjer är anpassade till den observerade dödsrisken och fortsätter efter den observerade perioden. Linjernas lutning är samma för varje ålder men nivån är olika. Detta innebär att periodeffekten inte varierar med ålder, det vill säga dödsrisken vid alla åldrar förändras i samma takt.

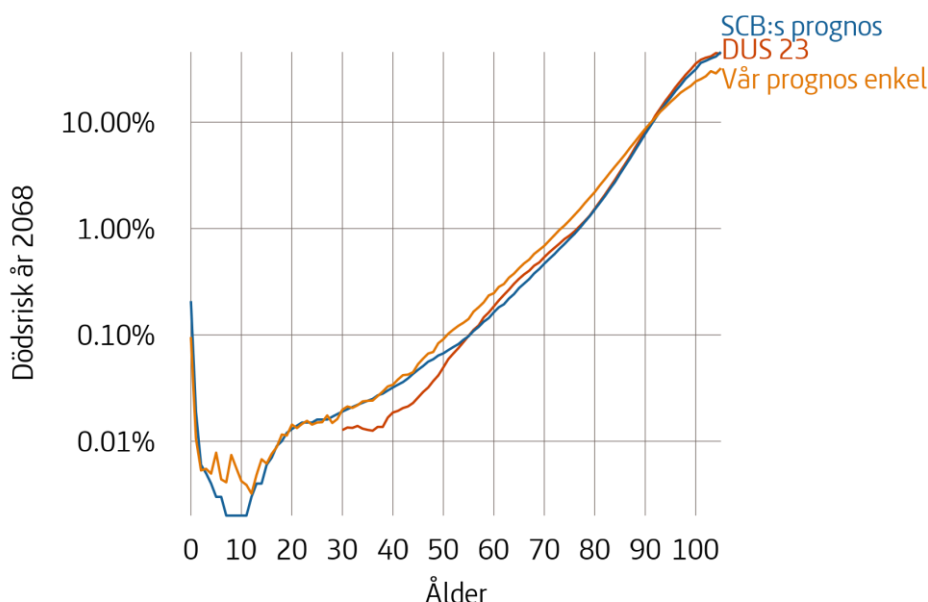
De transformerade dödsriskerna kan sedan transformeras tillbaka för att beräkna sannolikheten att avlida, förväntad livslängd och andra mått. De

tillbakatransformerade dödsriskerna från vår prognos redovisas i Figur 15 och 16 nedan jämfört med den prognos som SCB publicerade i april 2024 och med Svensk Försäkrings prognos DUS 23.

Figur 15. Jämförelse av utfallet år 2068 från vår enkla prognos med DUS 23 och SCB:s prognos för män



Figur 16. Jämförelse av utfallet år 2068 från vår enkla prognos med DUS 23 och SCB:s prognos för kvinnor



Jämförelserna i Figur 15 och Figur 16 visar att vår enkla prognos över dödsriskerna i åldrarna omkring 50-90 år är något högre än både SCB:s prognos och DUS 23 medan vår prognos är något lägre för åldrarna över 90 år. Skillnaden beror på att både SCB och DUS låter dödsriskernas förändringstakt variera mellan åldrarna, och observerade dödsrisiker har inte minskat mycket för individer omkring 100 år och äldre jämfört med dödsriskerna vid yngre åldrar. Eftersom vår enkla prognos antar att dödsrisiken minskar i samma takt vid alla åldrar får vi en relativt låg dödsrisk efter 100 års ålder jämfört med de andra två prognoserna.

En annan skillnad mellan vår prognos och SCB:s är att i SCB:s prognos är dödsrisiker mer utjämnade mellan olika åldrar.

Enligt vår enkla prognos blir medellivslängd år 2068, räknat från födseln, 88,4 år för kvinnor och 84,3 år för män. Återstående livslängd från 65 års ålder blir 24,0 år för kvinnor och 20,3 år för män år 2068. Livslängderna för år 2068 är längre än motsvarande livslängder år 2018. Enligt vår modell var en medellivslängd från födsel på 84,5 år för kvinnor och 81,0 år för män år 2018 och återstående livslängd från 65 års ålder samma år var 20,4 år för kvinnor och 17,4 år för män.

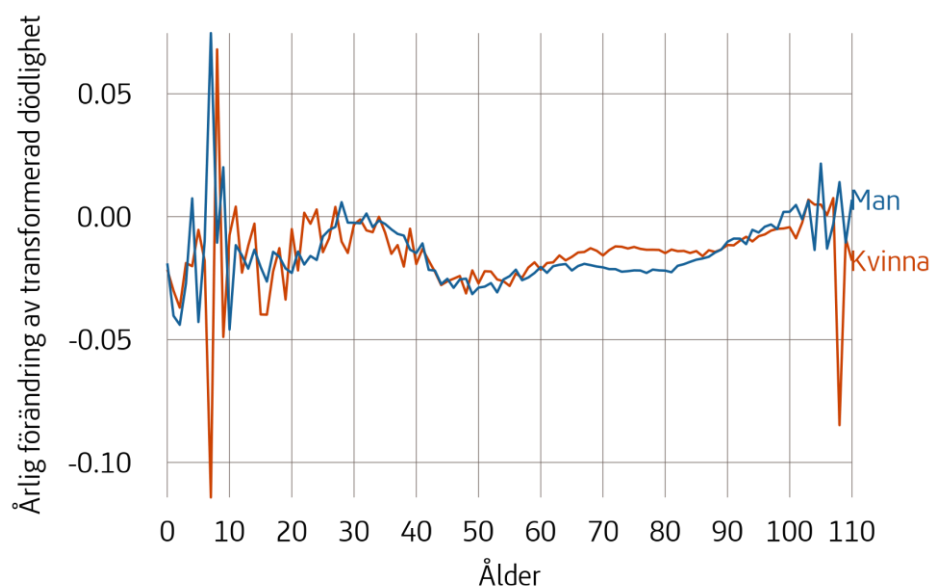
När vi ser till prognoser för medellivslängd och återstående livslängd år 2068 ger vår prognos kortare livslängder jämfört med SCB:s prognos. Resultaten från olika prognoser jämförs vidare i avsnittet Sammanfattning av befolkningsprognoser.

## Detaljerad prognos

I detta avsnitt använder vi en modell som är en utveckling av den enkla modellen ovan. När vi skattar befolkningens dödlighet i den mer detaljerade modellen låter vi förändringstakten variera mellan olika åldrar. Däremot låter vi fortsatt förändringstakten vid varje ålder vara konstant över tid. Den skattade dödsrisken i början av prognostiden är, liksom för den tidigare prognosen, den genomsnittliga dödsrisken för perioden 2012 till 2024 som illustreras i Figur 8.

Liksom i den enkla prognosen ovan beräknar vi en förändringstakt genom att anpassa en rät linje till den transformerade dödsrisken med hjälp av minsta kvadratmetoden. Till skillnad från den enklare prognosen anpassar vi en separat linje för dödsrisken vid varje enskild ålder istället för en gemensam linje för alla åldrar. Det är lutningen av varje linje som avgör förändringstakten. Figur 17 nedan visar den beräknade förändringstakten vid varje ålder för perioden 2002-2024. Om förändringstakten vid en given ålder är negativ innebär det att risken att avlida inom ett år vid den givna åldern har minskat. Om förändringstakten är noll innebär det att dödligheten har varit oförändrad över den studerade perioden och om förändringstakten är positiv har dödsrisken ökat.

Figur 17. Förändringstakt av transformerad dödlighet anpassad för perioden 2002-2024



Förändringstakten visar att dödsrisken har minskat vid de flesta åldrarna för både män och kvinnor. Dödsrisken har minskat allra mest bland barn och omkring 50 års ålder. Mellan omkring 65 och 85 års ålder har dödsrisken minskat betydligt mer bland män jämfört med kvinnor. Dödsrisken är fortfarande lägre för kvinnor jämfört med män i dessa åldrar men förbättringen bland män innebär att skillnaden har minskat något.

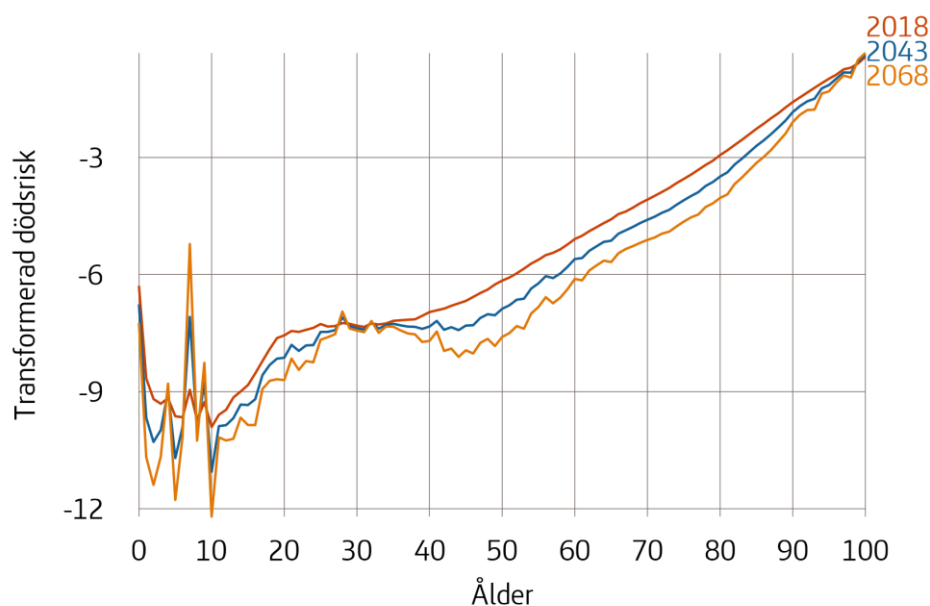
Omkring 30-årsåldern har dödsrisken varit mer eller mindre oförändrad över den studerade perioden.

Vid mycket höga åldrar, såsom efter 100 års ålder, finns det väldigt få levande individer kvar vid varje ålder och därför är det stor slumpmässig variation i den observerade dödligheten. Även vid låga åldrar är det stor slumpmässig variation eftersom antalet dödsfall är så lågt.

Förändringstakten vid varje ålder ovan, kombinerat med utgångspunkten för dödlighet vid varje ålder illustrerat i Figur 8, utgör vår modell för dödlighetens nivå och utveckling över tid.

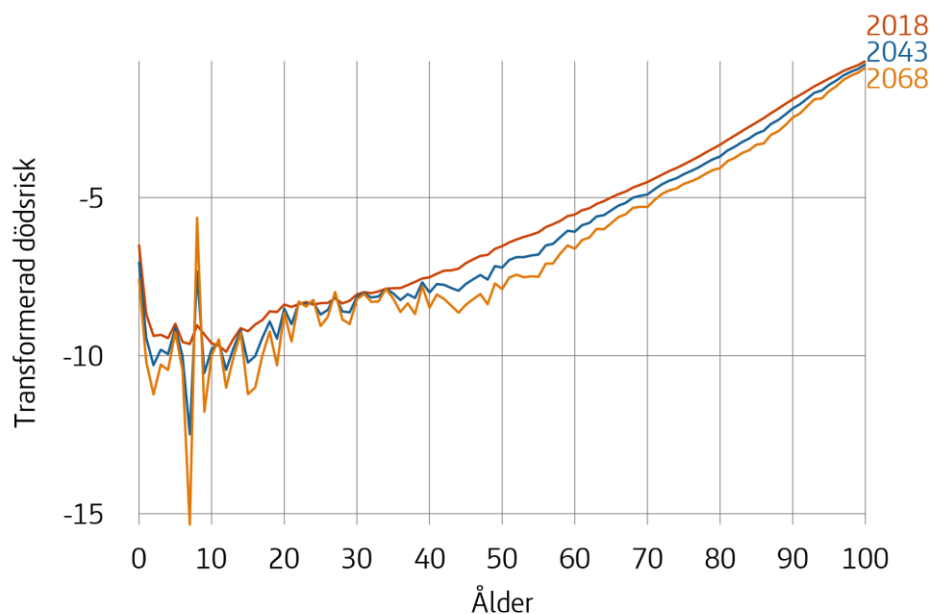
Vi extrapolerar skattningarna i vår modell till framtida kalenderår för att projicera den transformerade dödsrisken för män och kvinnor vid olika åldrar. Prognosen för år 2043 och 2068 redovisas i Figur 18 och Figur 19 nedan, tillsammans med utgångspunkten 2018.

Figur 18. Prognos av transformerad dödsrisk för män





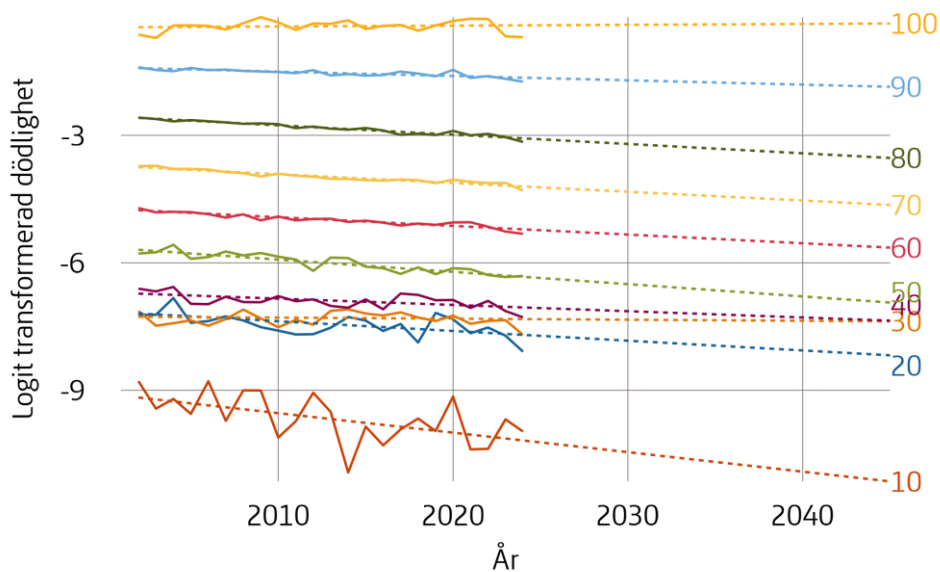
Figur 19. Prognos av transformerad dödlighet för kvinnor



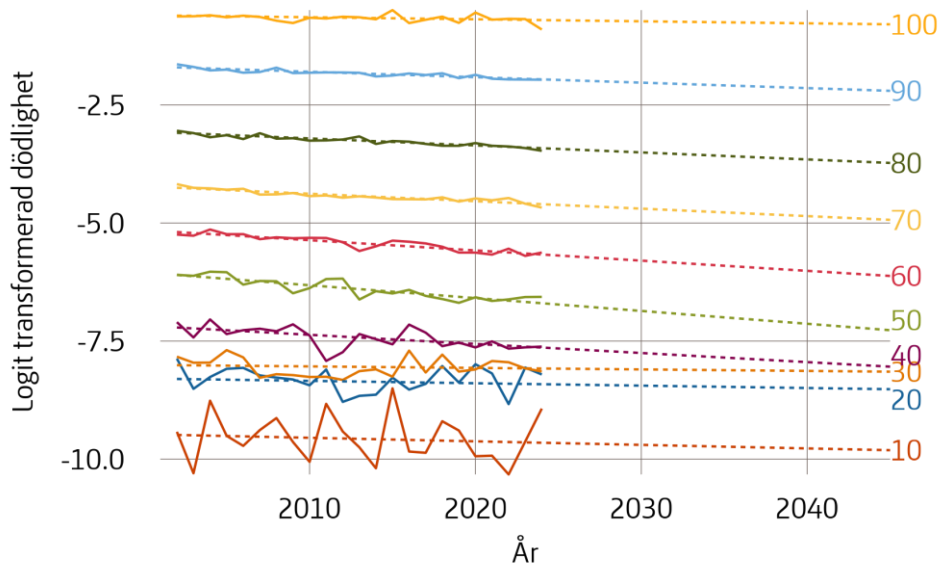
Baserat på denna prognos ökar variationen i dödlighet mellan olika åldrar längre in i framtiden. Det beror på att både utgångspunkten för dödlighet och förändringstakten beräknas separat för varje ålder, oberoende av andra åldrar. Det innebär att med viss slumpmässig variation uppstår skillnader i dödlighet och förändringstakt vid olika åldrar. Detta förstärks när vi extrapolerar långt in i framtiden.

Figur 20 och 21 nedan visar den transformerade dödsrisken för män respektive kvinnor enligt vår prognos jämfört med den observerade dödsrisken vid olika åldrar. Den observerade dödsrisken visas som heldragna linjer medan prognosen visas som en streckad linje.

Figur 20. Transformerad dödsrisk från prognos jämfört med observerad dödsrisk för män vid jämna åldrar från 10 till 100 år



Figur 21. Transformerad dödsrisk från prognos jämfört med observerad dödsrisk för kvinnor vid jämna åldrar från 10 till 100 år

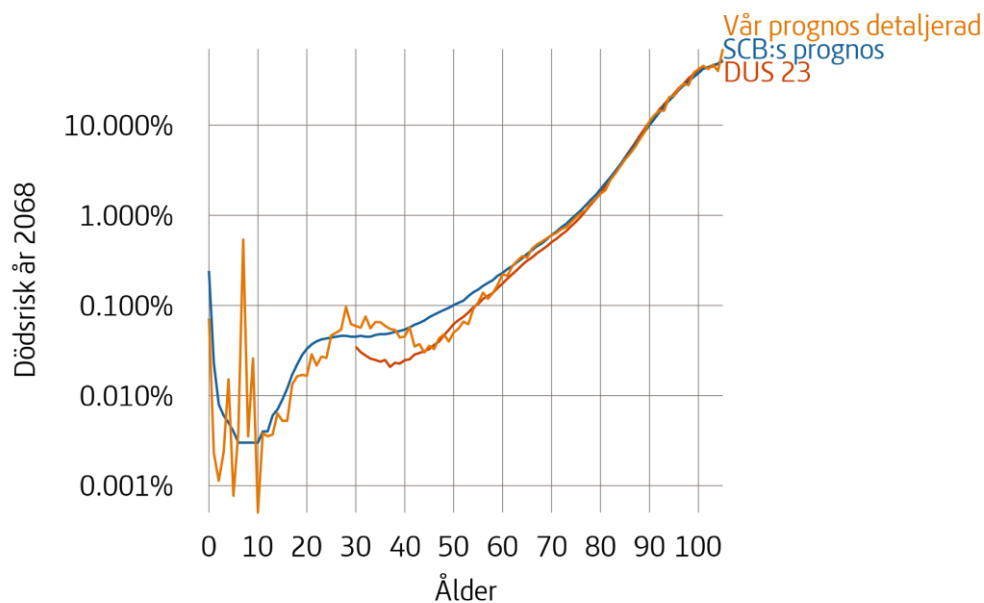


De transformerade dödsriskerna från prognosen ovan är raka linjer för varje ålder. Dessa linjer är anpassade till den observerade dödsrisken och fortsätter efter den observerade perioden. Linjernas nivå och lutning är olika för olika åldrar. Eftersom linjerna har olika lutning kommer vissa linjer korsas om de fortsätter tillräckligt långt in i framtiden.

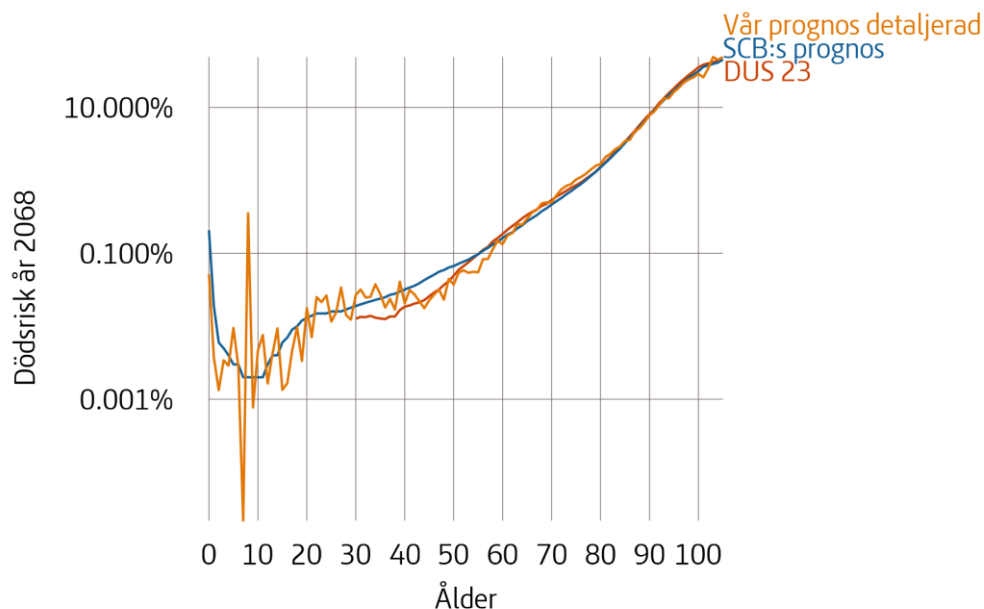
De transformerade dödsriskerna kan sedan transformeras tillbaka för att beräkna sannolikheten att avlida, förväntad livslängd och andra mått. De

tillbakatransformerade dödsriskerna från vår detaljerade prognos redovisas i Figur 22 och 23 nedan tillsammans med SCB:s prognos och DUS 23.

Figur 22. Jämförelse av utfallet år 2068 från vår detaljerade prognos med DUS 23 och SCB:s prognos för män



Figur 23. Jämförelse av utfallet år 2068 från vår detaljerade prognos med DUS 23 och SCB:s prognos för kvinnor



Jämförelserna med SCB och DUS visar att vår prognos generellt är i linje med dessa prognoser. Den största skillnaden är att vår prognos visar stor variation av dödsrisk mellan olika åldrar.

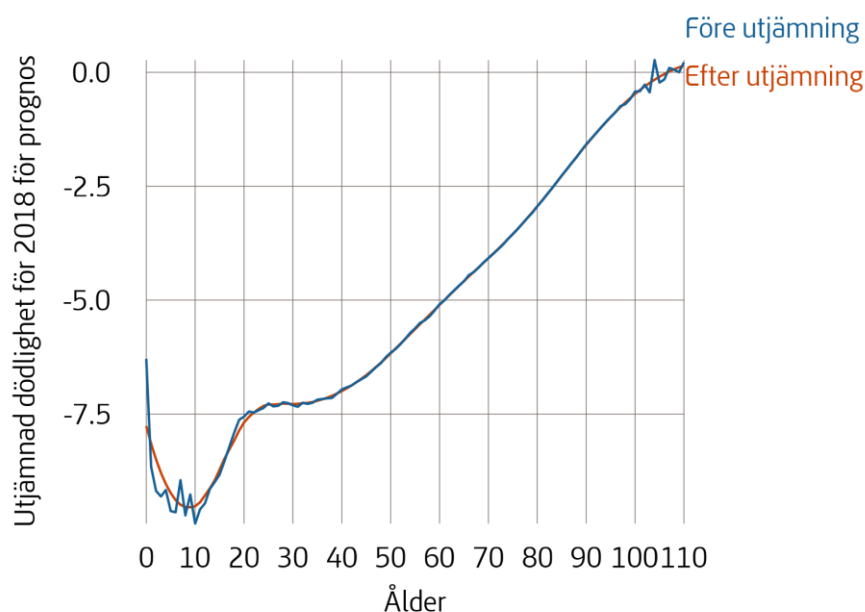
Baserat på vår prognos ovan blir medellivslängd år 2068, räknat från födseln, 89,6 år för kvinnor och 87,8 år för män. Återstående livslängd från 65 års ålder år 2068 blir 25,2 år för kvinnor och 23,8 år för män. Vår prognos ger alltså en medellivslängd från födsel som är omkring 6 månader längre än enligt SCB:s prognos medan återstående livslängd från 65 års ålder är omkring 6 månader kortare jämfört med SCB:s prognos.

## Utjämnad prognos

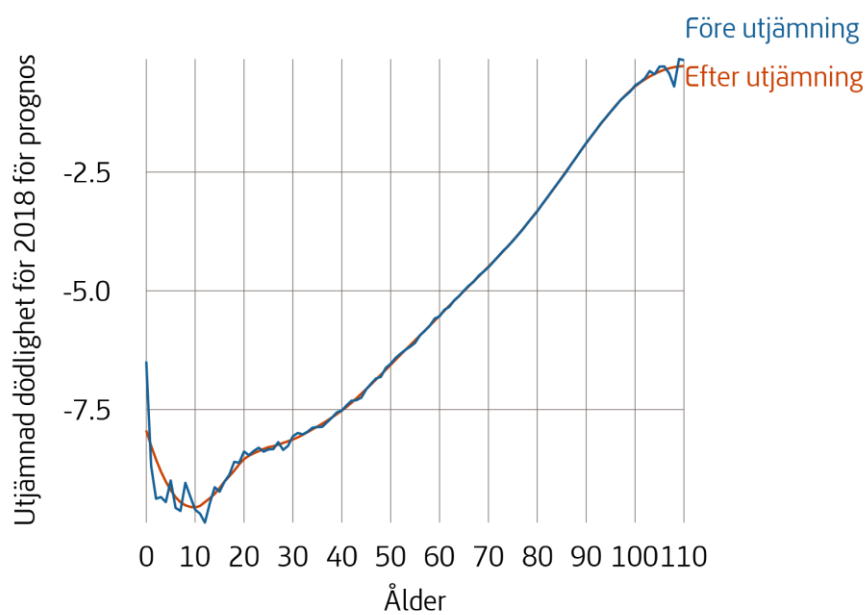
I den detaljerade prognosen ovan beräknas både utgångspunkten för dödsrisk och förändringstakten för varje ålder separat, oberoende av andra åldrar. Om vi antar att dödsrisken är snarlik vid närliggande åldrar kan det tyckas rimligt att göra en viss utjämning mellan olika åldrar. Som ett alternativ till de tidigare prognoserna gör vi en prognos där både ursprunglig dödsrisk och förändringstakt jämnas ut mellan närliggande åldrar. Vi använder perioden 2004-2024 för att beräkna förändringstakt. Det beror på att vi vill använda samma tidsperiod för denna prognos som vi senare använder för prognosen av premiepensionens bestånd. I våra tidigare prognoser, det vill säga vår enkla och vår detaljerade prognos, används perioden 2002-2024. För att beräkna dödsrisk i början av prognostiden används perioden 2012-2024 liksom i våra tidigare prognoser.

Metoden vi använder för att jämna ut dödsrisk och förändringstakt kallas lokal regression. Metoden beskrivs mer utförligt i Bilaga A. Figur 24 till Figur 27 nedan illustrerar utjämningen av dödsrisker och förändringstakter för män respektive kvinnor.

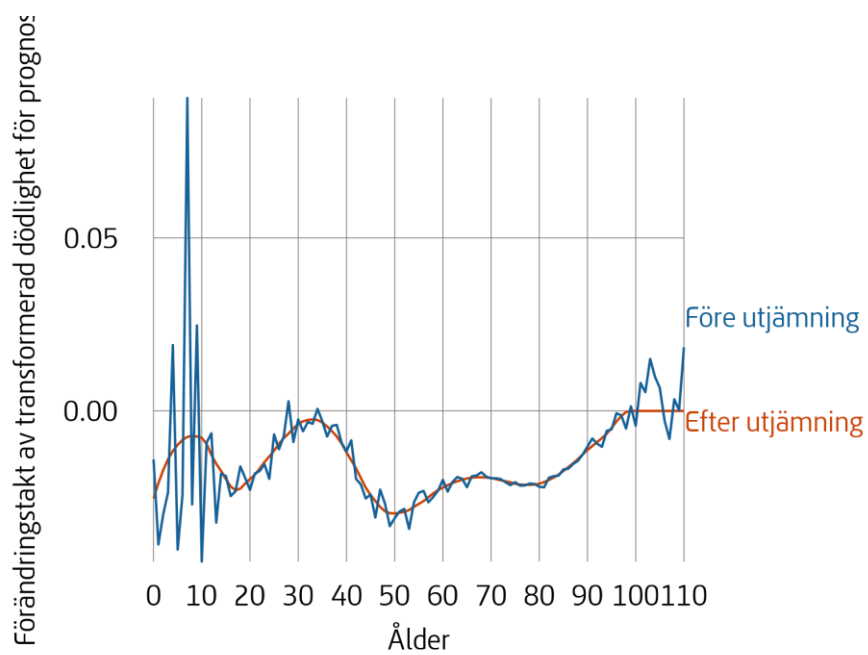
Figur 24. Utjämnad transformerad dödsrisk för år 2018 för män



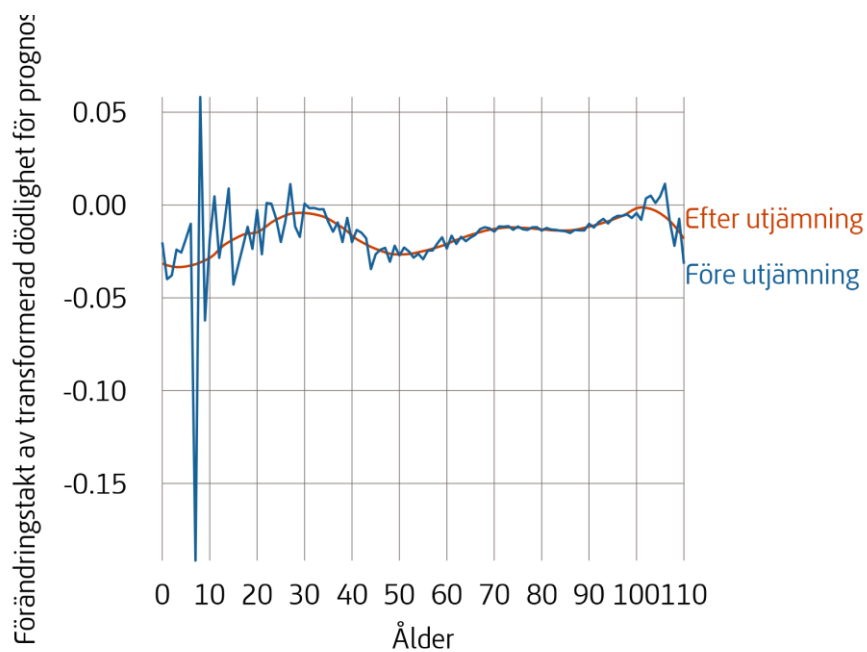
Figur 25. Utjämnad transformerad dödsrisk för år 2018 för kvinnor



Figur 26. Utjämnad förändringstakt av transformerad dödsrisk för män

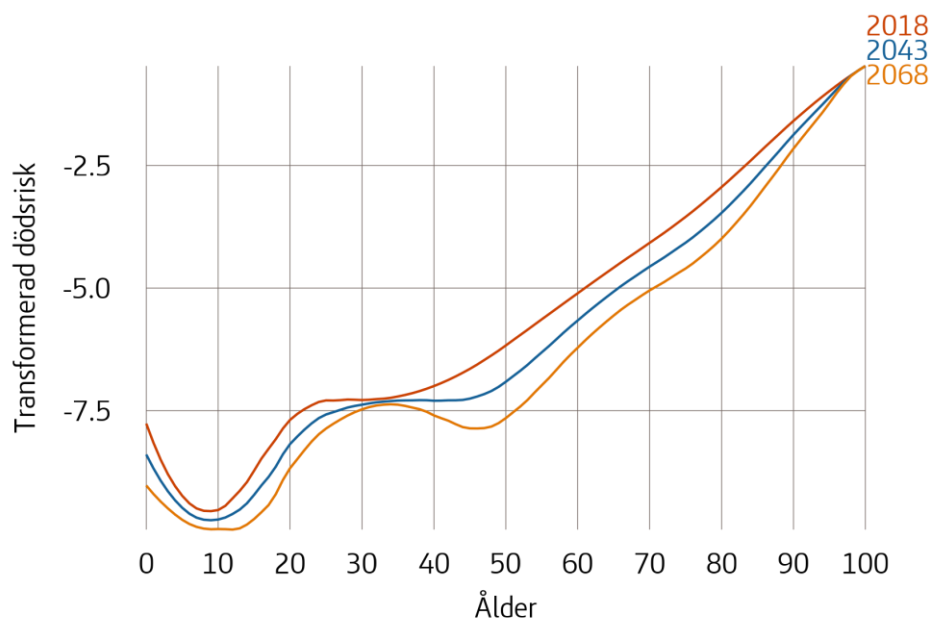


Figur 27. Utjämnad förändringstakt av transformerad dödsrisk för kvinnor

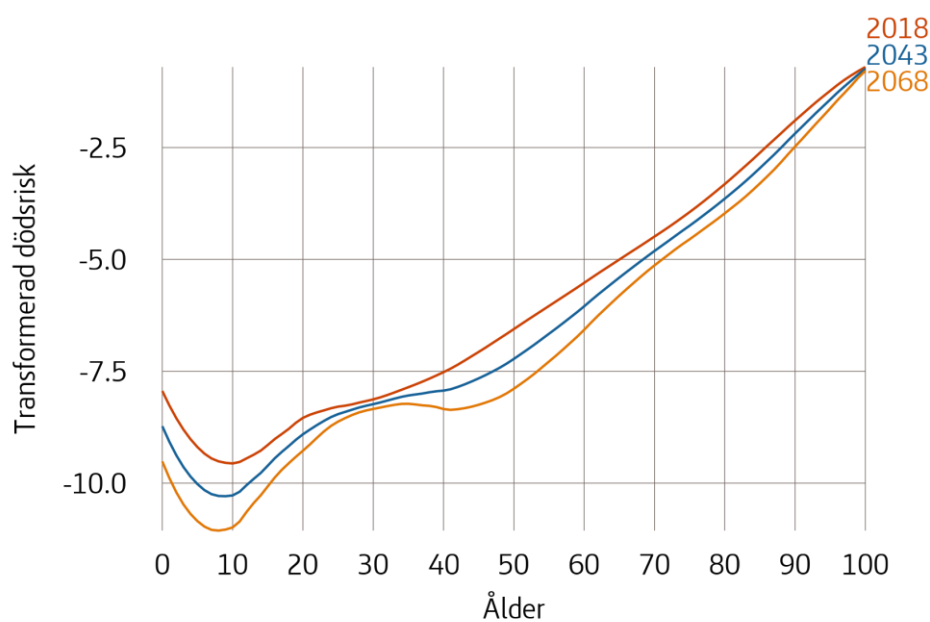


De utjämnade dödsriskerna i Figur 24 och Figur 25 och förändringstakterna i Figur 26 och Figur 27 ovan utgör vår modell för dödsrisken och dess utveckling över tid. Vi extrapolerar modellen till framtida kalenderår för att projicera den transformerade dödsrisken för män och kvinnor vid olika åldrar. Den utjämnade prognosen för år 2043 och 2068 redovisas i Figur 28 och Figur 29 nedan tillsammans med utgångspunkten som även i denna prognos antas vara 2018.

Figur 28. Utjämnad prognos av transformerad dödsrisk för män

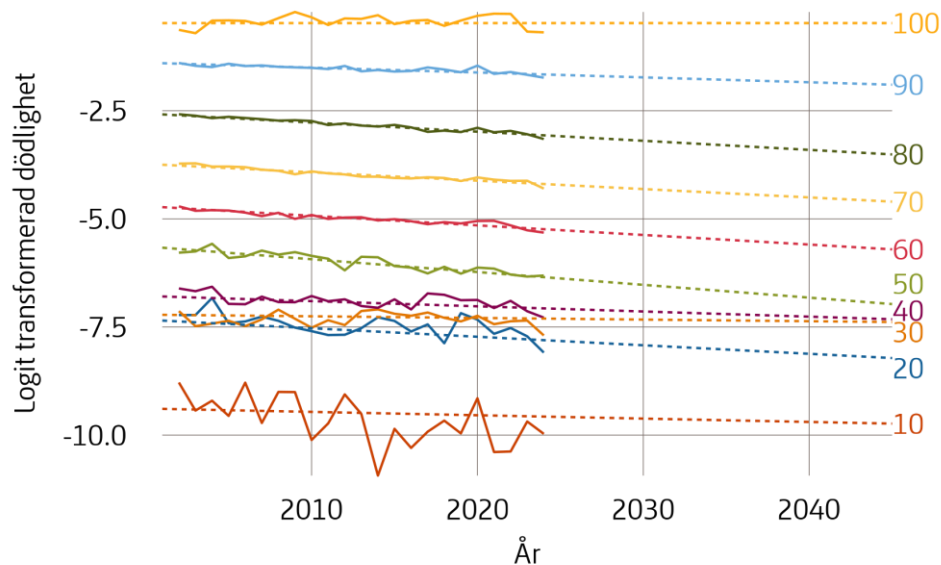


Figur 29. Utjämnad prognos av transformerad dödsrisk för kvinnor

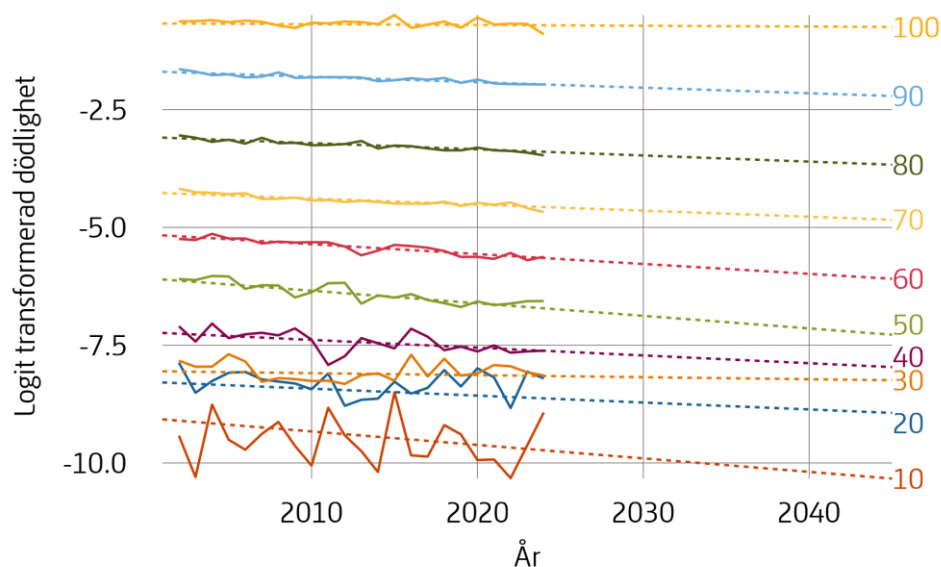


Figur 30 och 31 nedan visar den transformerade dödsrisken för män respektive kvinnor enligt vår utjämnade prognos jämfört med den observerade dödsrisken vid olika åldrar. Den observerade dödsrisken visas som heldragna linjer medan prognosen visas som en streckad linje.

Figur 30. Transformerad dödsrisk från prognos jämfört med observerad dödsrisk för män



Figur 31. Transformerad dödsrisk från prognos jämfört med observerad dödsrisk för kvinnor

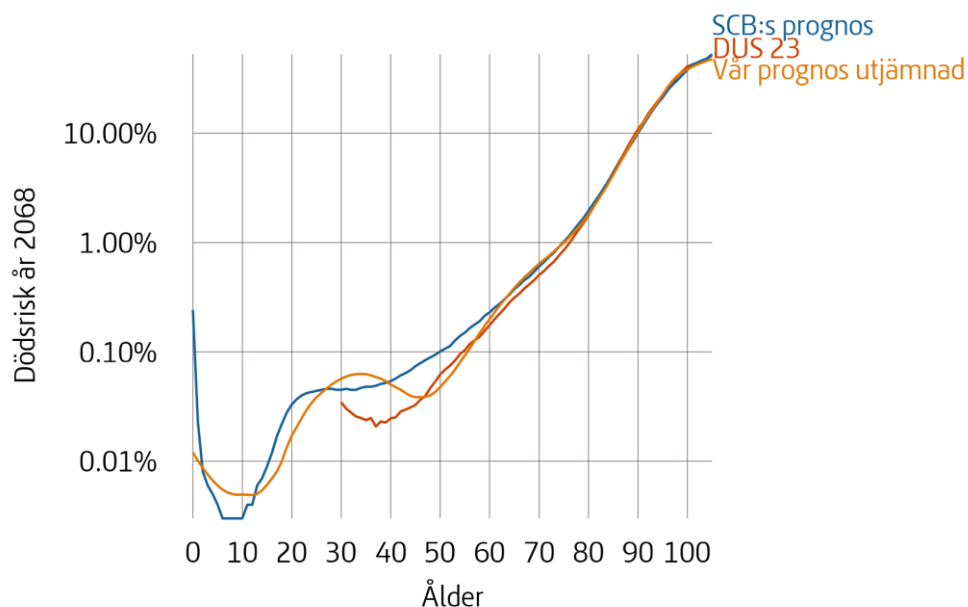


Jämfört med den detaljerade prognosen är anpassningen av linjerna för vissa enskilda åldrar något sämre men skillnaden mellan närliggande åldrar är mindre än i den detaljerade modellen.

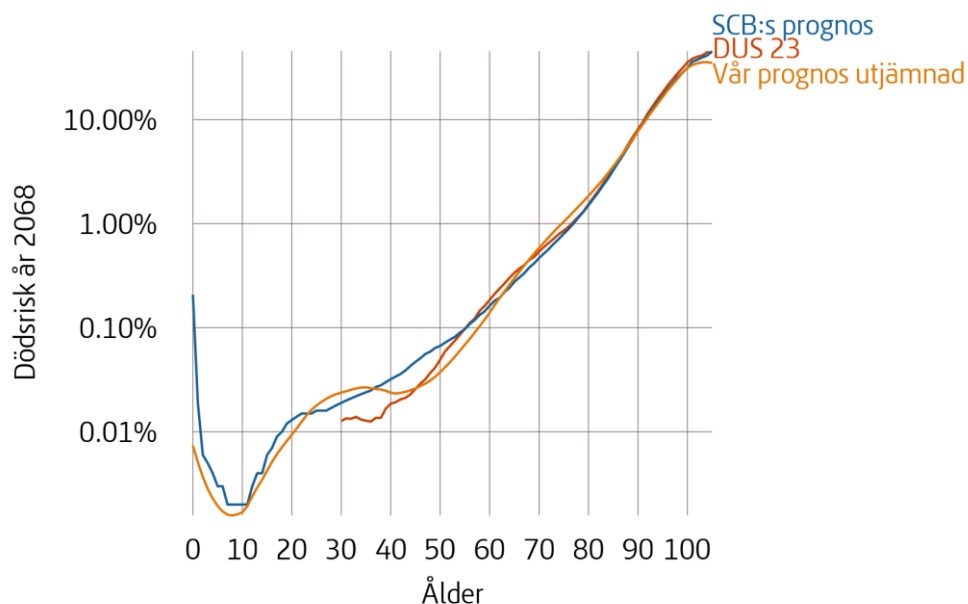


Figur 32 och Figur 33 nedan visar vår utjämnade prognos där dödsrisken transformeras tillbaka. Samma figurer visar även med SCB:s prognos och DUS 23.

Figur 32. Jämförelse av utfallet år 2068 från vår utjämnade prognos med DUS 23 och SCB:s prognos för män



Figur 33. Jämförelse av utfallet år 2068 från vår utjämnade prognos med DUS 23 och SCB:s prognos för kvinnor



Jämförelsen med de tidigare prognoserna visar att vår utjämnade prognos generellt är i linje med SCB:s prognos och DUS 23. Vår utjämnade prognos är mer jämn över de olika åldrarna än vår detaljerade prognos. Det är rimligt

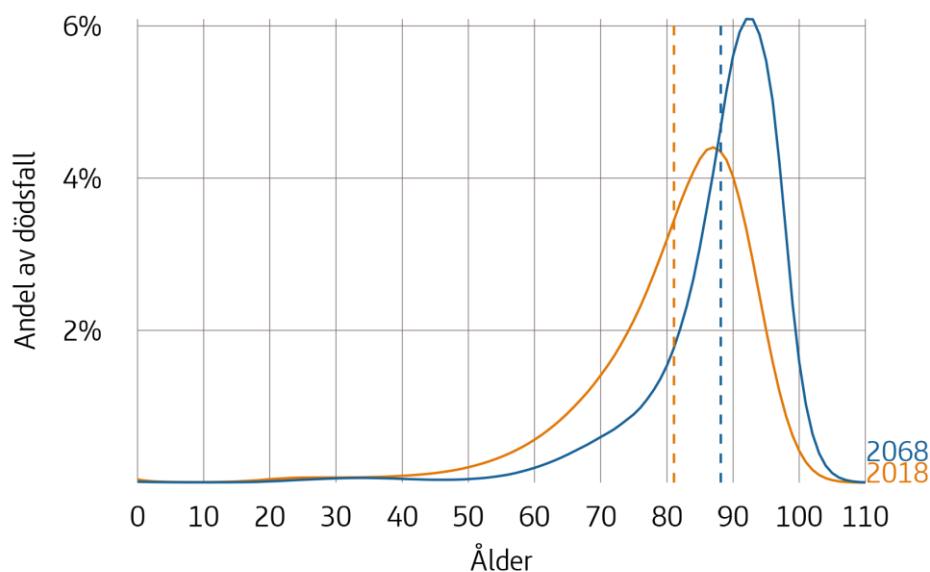
att dessa tre modeller ger liknande resultat eftersom alla tre modeller baseras på Sveriges befolkning även om det finns skillnader mellan modellernas struktur och vilken studieperiod som används.

Både vår utjämnade prognos och DUS 23 visar båda ett mönster där dödsrisken i 30-årsåldern är högre än dödsrisken i 40-årsåldern, särskilt bland män. Det beror på att dödsrisken i 40-årsåldern har minskat kraftigt under de senaste 20 åren medan dödsrisken i 30-årsåldern inte har minskat i samma utsträckning och dessa modeller antar att samma utveckling fortsätter i framtiden. SCB gör en justering i sin modell som innebär att dödsrisken inte blir lägre vid högre ålder.

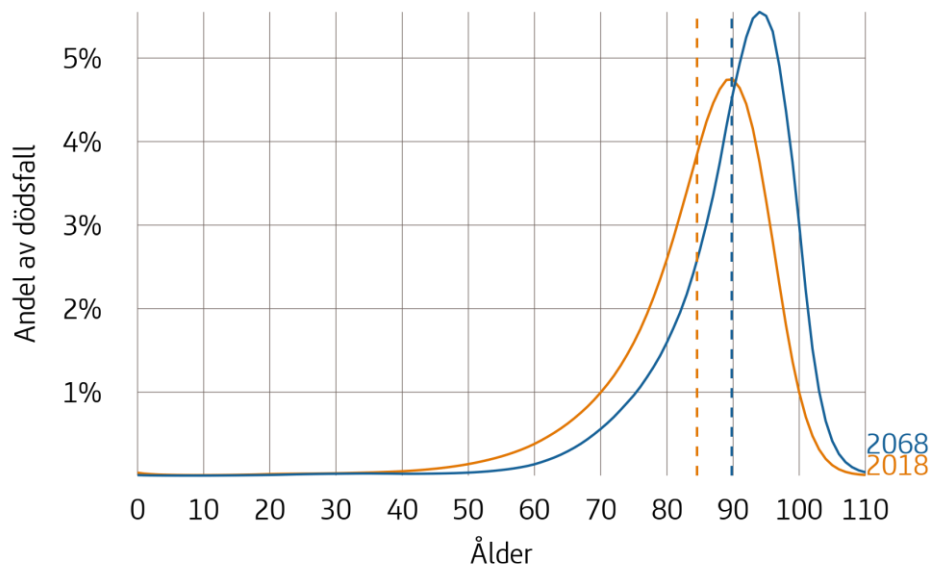
Baserat på vår utjämnade prognos blir medellivslängd år 2068, räknat från födseln 89,8 år för kvinnor och 88,2 år för män. Återstående livslängd från 65 års ålder år 2068 blir 25,1 år för kvinnor och 23,8 år för män.

Ett annat sätt att beskriva hur dödlighet varierar med ålder är andelen av alla dödsfall som sker vid olika åldrar. Figur 34 och Figur 35 nedan visar åldersfördelningen av dödsfall år 2018 och år 2068 enligt vår utjämnade modell. Figurerna inkluderar också vertikala streckade linjer som visar medellivslängd från födsel.

Figur 34. Åldersfördelning av dödsfall för män enligt vår prognos



Figur 35. Åldersfördelning av dödsfall för kvinnor enligt vår prognos



Figur 34 och Figur 35 ovan visar att andelen individer som avlider vid lägre åldrar förväntas minska över tid och att typåldern, det vill säga den ålder då flest individer avlider ökar. År 2018 är typåldern 87 år för män och 90 år för kvinnor och enligt prognosen förväntas typåldern år 2068 bli 92 år för män och 94 år för kvinnor.

## Sammanfattning av befolkningsprognoser

Tabellen nedan visar återstående livslängd från födsel och från 65 års ålder för män och kvinnor baserat på de olika prognoserna.

Tabell 2. Beräknad livslängd år 2068 baserat på olika prognoser.

Livslängd år 2068	Enkel prognos	Detaljerad prognos	Utjämnad prognos	SCB:s prognos
Medellivslängd från födsel – Män	84,3 år	87,8 år	88,2 år	87,2 år
Medellivslängd från födsel – Kvinnor	88,4 år	89,6 år	89,8 år	89,6 år
Återstående livslängd från 65 års ålder - Män	20,3 år	23,8 år	23,8 år	24,2 år
Återstående livslängd från 65 års ålder - Kvinnor	24,0 år	25,2 år	25,1 år	25,8 år

Vi producerar tre olika modeller för befolkningens dödlighet. Den enkla modellen är något underanpassad eftersom den inte tar hänsyn till att dödsrisken vid olika åldrar har utvecklats i olika takt. Den detaljerade modellen är istället något överanpassad och förstärker den slumpvisa variation som förekommer i observerad dödlighet. Slutligen ger den utjämnade modellen ett resultat som verkar väl anpassat till observerad dödlighet och producerar en rimlig prognos, särskilt vid de åldrar som är mest relevanta för Pensionsmyndighetens syften. Man kan däremot ifrågasätta om det är rimligt att anta att dödsrisken omkring 40 års ålder i framtiden kan bli lägre än dödsrisken vid 30 års ålder. Eftersom dödsrisken innan man kan ta ut pension är mindre relevant för Pensionsmyndigheten gör vi inte någon mer utförlig analys om huruvida det vore önskvärt att justera modellen för att undvika denna effekt. Den utjämnade prognosen representerar därför vår bästa modell för befolkningens dödlighet. Denna prognos stämmer även relativt väl överens med SCB:s befolkningsprognos, särskilt från de åldrar man kan ta ut allmän pension.

# Prognos för premiepensionens dödlighet

I detta kapitel producerar vi en prognos baserad på Pensionsmyndighetens bestånd av individer och kontobehållningar inom premiepensionen, till skillnad från föregående kapitel där prognoserna baserades på Sveriges befolkning.

Även denna prognos baseras på individer folkbokförda i Sverige men de personer som är folkbokförda i Sverige men som inte har tjänat in till allmän pension ingår inte i dataunderlaget för denna prognos. Vi mäter också både exponering och antalet dödsfall i pensionskronor snarare än antal individer.

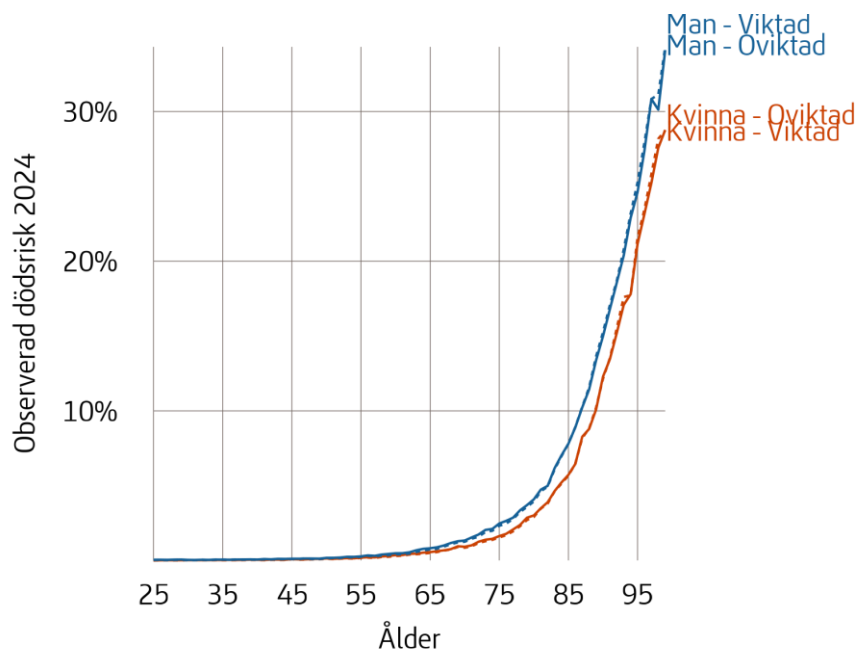
Den studerade perioden är från 2004 till 2024. År 2004 är det första i vår studieperiod eftersom det är det första året vi har komplett data över premiepensionsbehållning.

## Analys av viktad dödsrisk

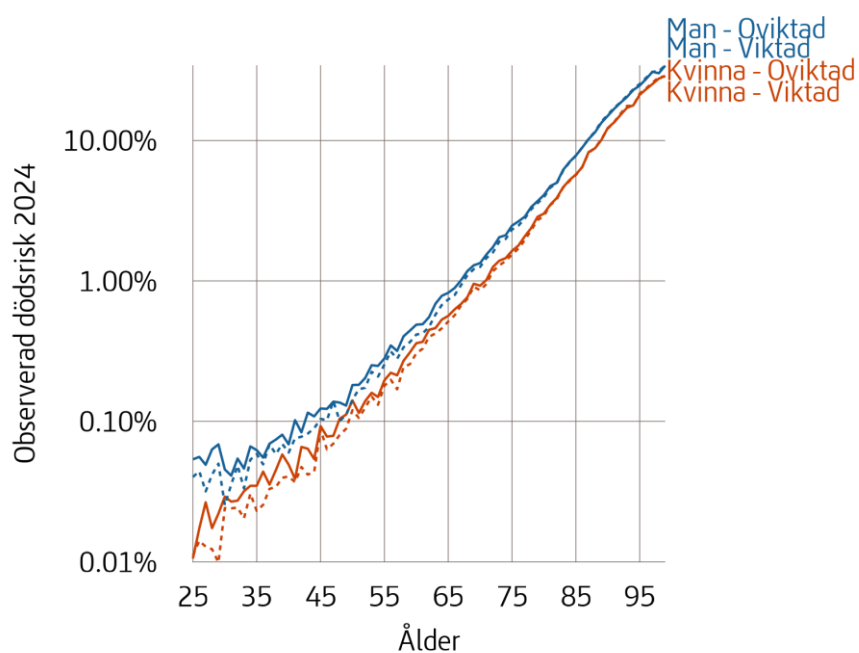
För individer under 67 års ålder använder vi premiepensionsbehållning den som vikt för att beräkna exponering och antal dödsfall, vilka i sin tur används för att beräkna dödsrisk per pensionskrona. För individer 67 år och äldre använder vi total månadsutbetalning av premiepension, inkomstpension och tilläggs pension vikt för att beräkna exponering och antal dödsfall. Vi använder två olika mått på vikt för att beräkna dödsrisk för att yngre personer inte har någon utbetalning av pension medan individer födda före 1938 inte har tjänat in till premiepension. Därför är det inte möjligt att använda samma vikt för alla åldersgrupper. Eftersom vi beräknar dödsrisker för varje åldersgrupp är det inte ett problem att olika mått används för att beräkna vikt vid olika åldrar så länge samma mått används inom varje åldersgrupp.

Figur 36 nedan visar den observerade dödsrisken för befolkningen år 2024 för män och kvinnor med och utan vikt. Vi studerar inte viktad dödsrisk före 25 års ålder eftersom både antalet individer med premiepensionsbehållning och antalet avlidna i de åldrarna är låga.

Figur 36. Observerad dödsrisk år 2024 med och utan vikt baserat på pensionens storlek. Oviktad dödsrisk visas som en heldragen linje medan den viktade dödsrisken visas som streckade linjer.



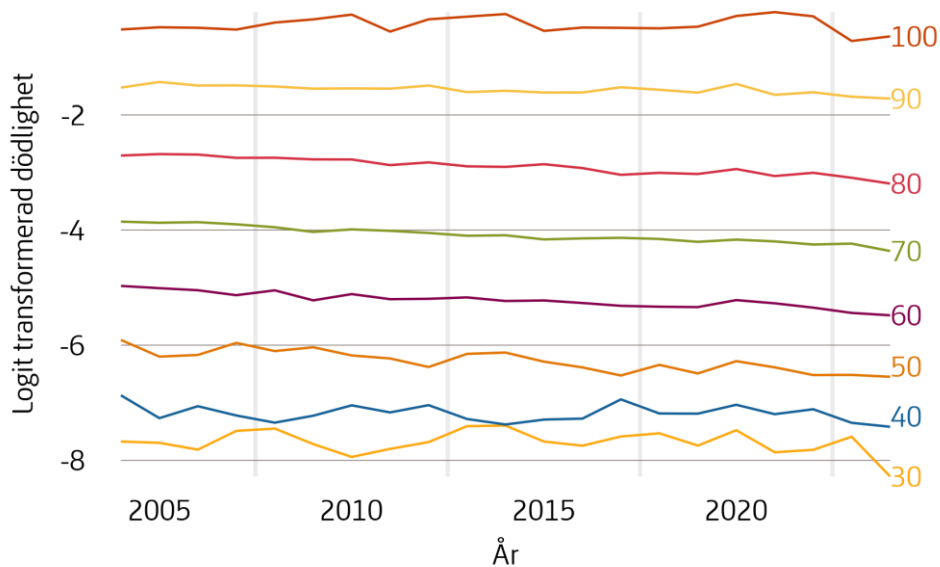
Figur 37. Observerad dödsrisk år 2024 på logaritmisk skala med och utan vikt baserat på pensionens storlek. Oviktad dödsrisk visas som en heldragen linje medan den viktade dödsrisken visas som streckade linjer.



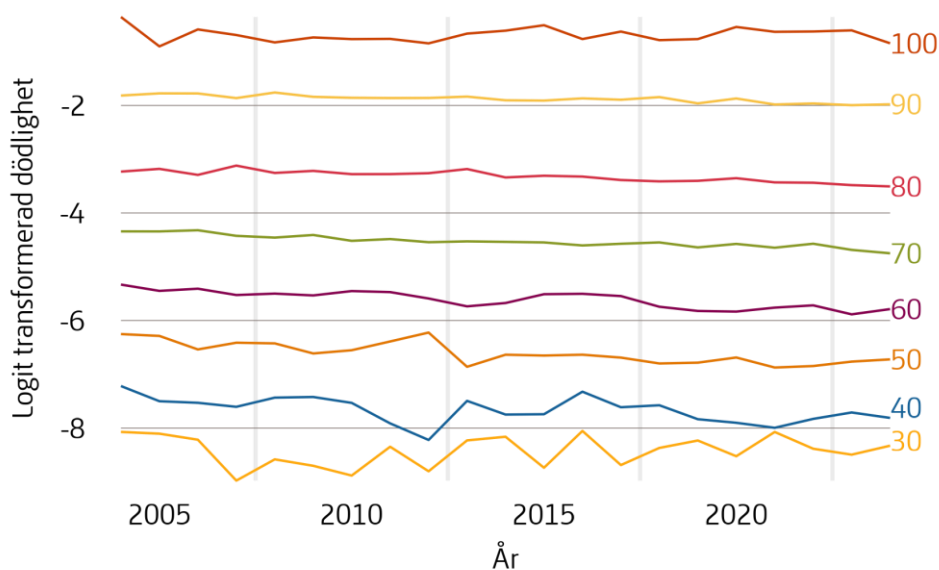
Figur 36 och Figur 37 ovan visar att den viktade dödligheten (streckade linjer) liknar den oviktade dödligheten för befolkningen (heldragna linjer) men med aningen lägre dödsrisker både för män och kvinnor. Detta är syns särskilt tydligt före 80 års ålder i Figur 37 på logaritmisk skala.

Figur 38 och Figur 39 nedan visar logit-transformerad dödlighet vid olika åldrar för män respektive kvinnor. Ett lågt värde innebär låg dödsrisk medan ett högre värde motsvarar en högre dödsrisk. En linje som går ner över tid innebär alltså att dödsrisken har minskat under den studerade perioden.

Figur 38. Logit transformerad viktad dödsrisk för män vid olika åldrar



Figur 39. Logit transformerad viktad dödsrisk för kvinnor vid olika åldrar



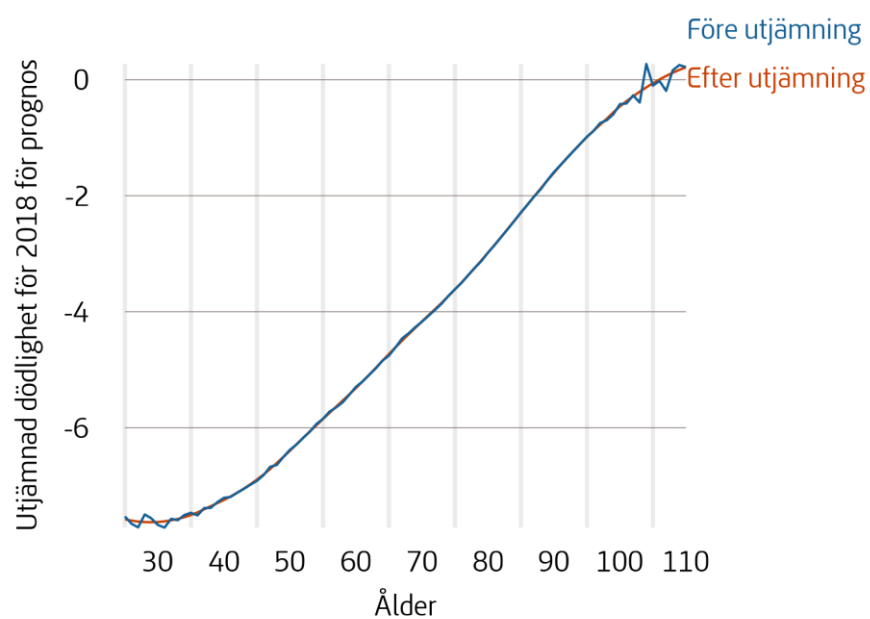
Liksom den oviktade dödligheten är den viktade dödligheten generellt lägst vid låga åldrar och blir högre med stigande ålder. Dödligheten har också minskat under den studerade perioden, vilket motsvarar en ökande livslängd.

## Viktad prognos

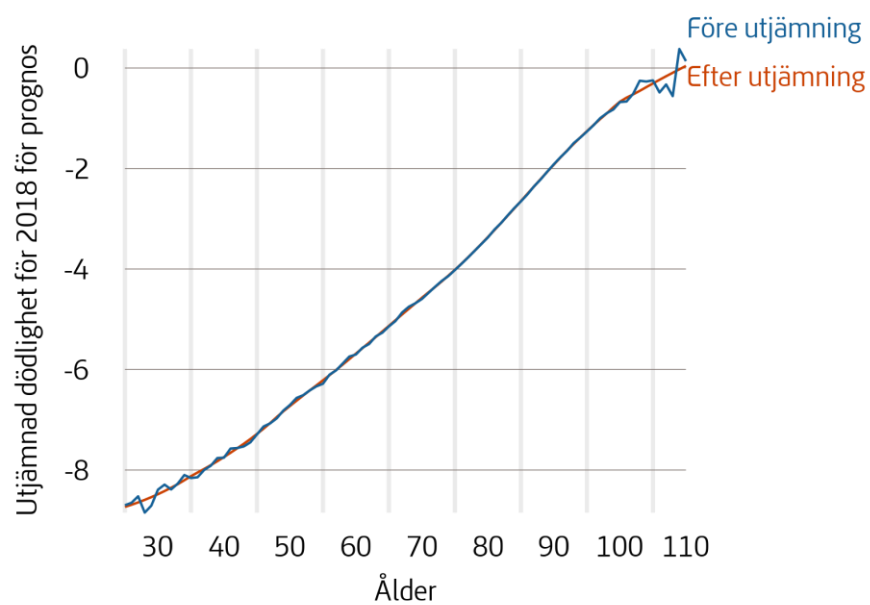
Vi anpassar en modell av premiepensionens dödlighet enligt samma metod som vår utjämnade prognos i föregående kapitel. Vi utgår från en utjämnad dödsrisk beräknad för perioden 2012-2024 och förändringstakt beräknad baserat på den observerade viktade dödsrisken över perioden 2004-2024. Figur 40 till Figur 43 nedan visar dödsrisker och förändringstakter före och efter utjämning och för män respektive kvinnor.



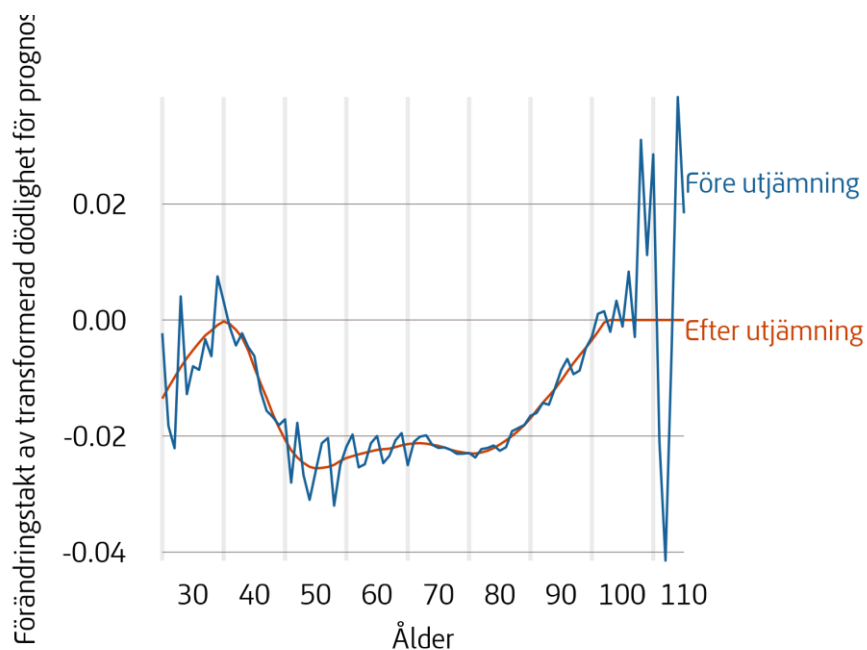
Figur 40. Utjämnad transformerad dödsrisk för år 2018 för män



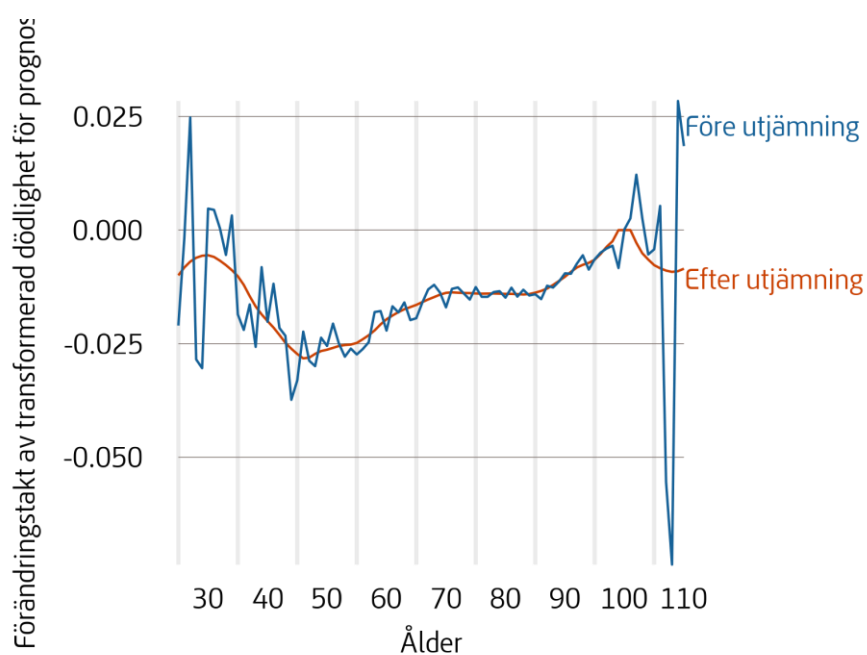
Figur 41. Utjämnad transformerad dödsrisk för år 2018 för kvinnor



Figur 42. Utjämnad förändringstakt av transformerad dödsrisk för män

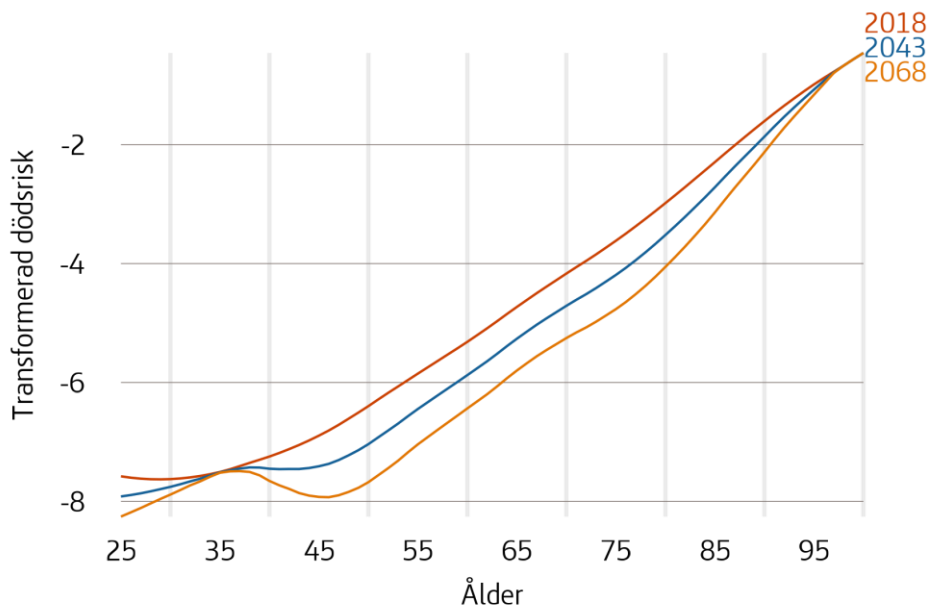


Figur 43. Utjämnad förändringstakt av transformerad dödsrisk för kvinnor

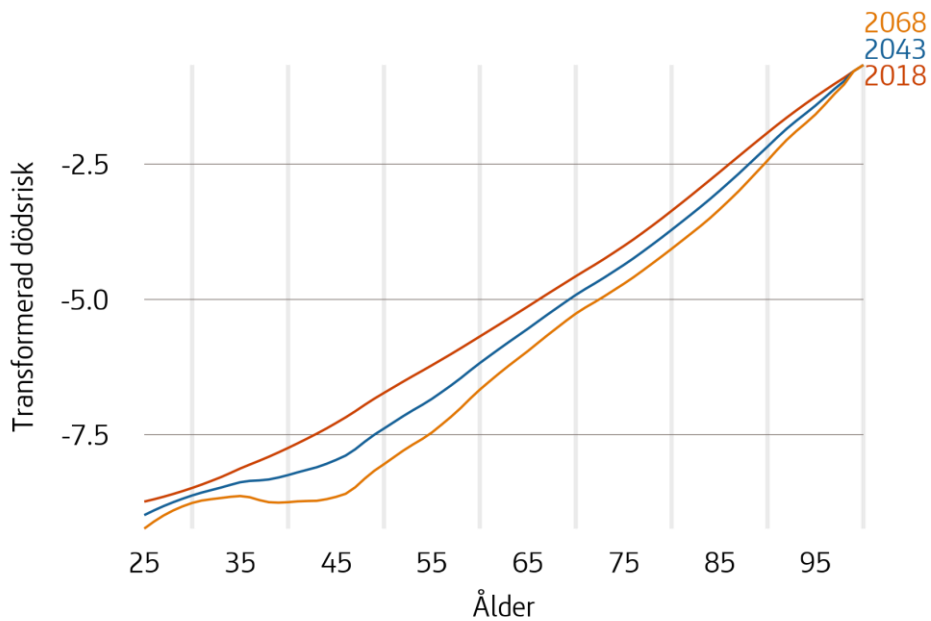


De utjämnade dödsriskerna i Figur 40 och Figur 41 och de utjämnade förändringstakterna i Figur 42 och Figur 43 ovan utgör vår modell för den viktade dödsrisken och dess utveckling över tid. Vi extrapolerar modellen till framtida kalenderår för att projicera den transformerade dödsrisken för män och kvinnor vid olika åldrar. Den utjämnade prognosen för år 2043 och 2068 redovisas i Figur 44 och Figur 45 nedan tillsammans med utgångspunkten som även i denna prognos antas vara 2018.

Figur 44. Utjämnad prognos av transformerad dödsrisk för män

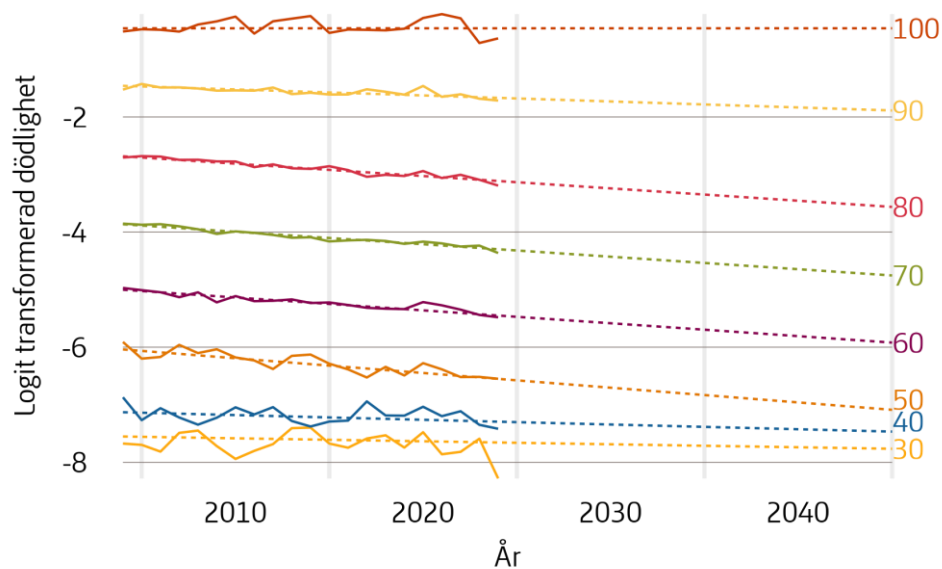


Figur 45. Utjämnad prognos av transformerad dödsrisk för kvinnor

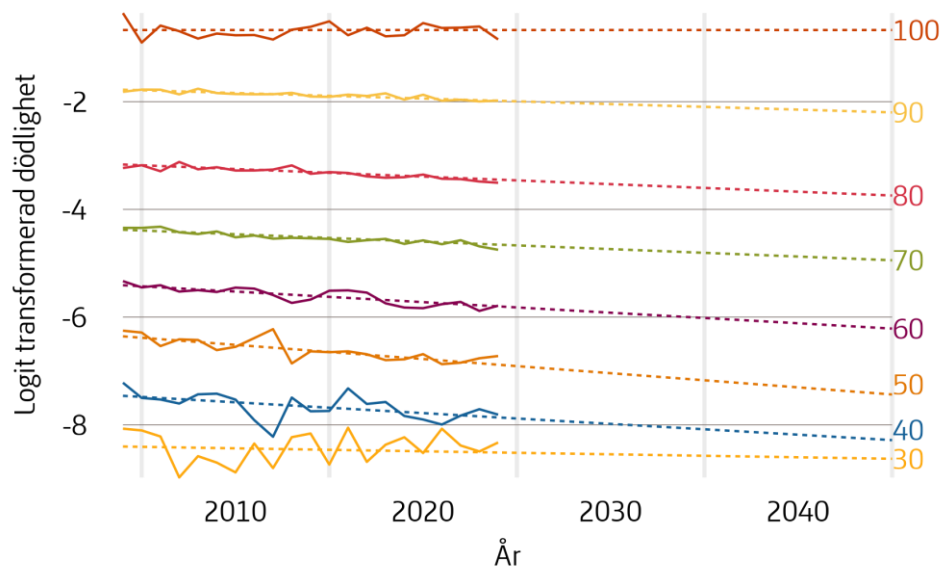


Figur 46 och Figur 47 nedan visar den transformerade dödsrisken för män respektive kvinnor enligt vår utjämnade prognos jämfört med den observerade dödsrisken vid olika åldrar. Den observerade dödsrisken visas som heldragna linjer medan prognosen visas som en streckad linje.

Figur 46. Transformerad dödsrisk från prognos jämfört med observerad dödsrisk för män

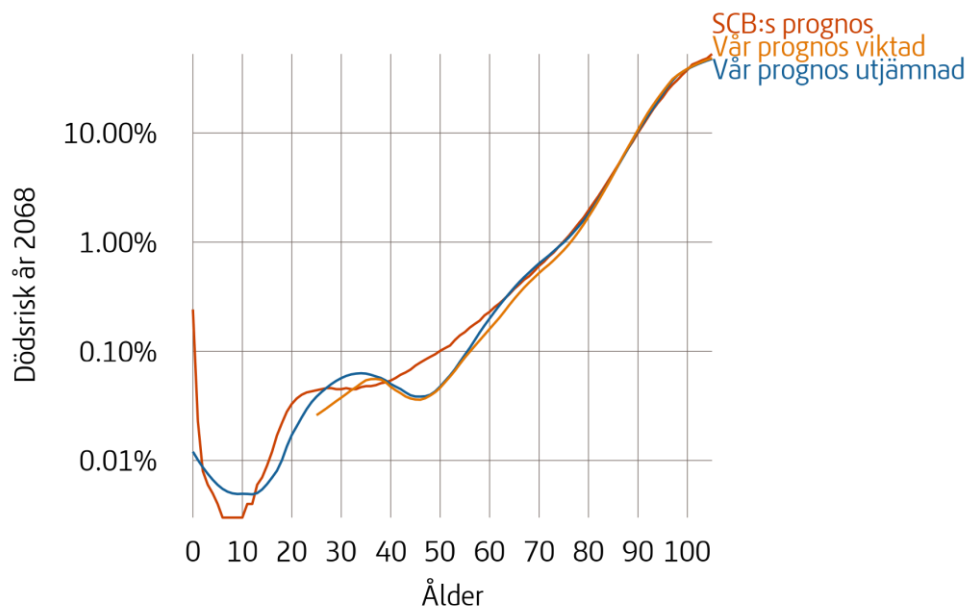


Figur 47. Transformerad dödsrisk från prognos jämfört med observerad dödsrisk för kvinnor

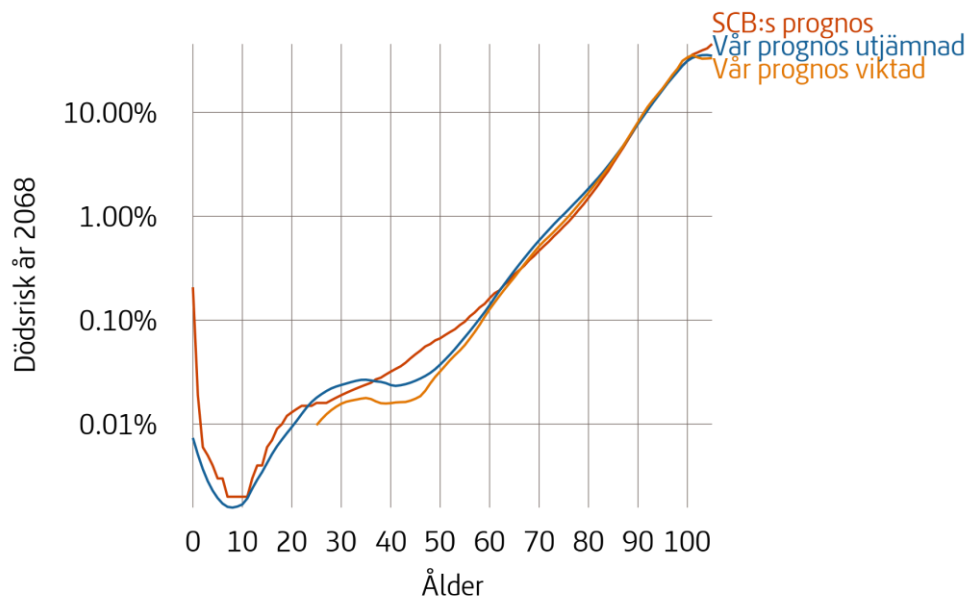


Figur 48 och Figur 49 nedan visar hur vår viktade prognos, transformerad tillbaka till dödsrisker, ser ut jämfört med vår tidigare utjämnade prognos och SCB:s prognos.

Figur 48. Jämförelse av utfallet år 2068 från vår viktade prognos med vår utjämnade prognos utan vikt och SCB:s prognos för män



Figur 49. Jämförelse av utfallet år 2068 från vår utjämnade prognos med vår utjämnade prognos utan vikt och SCB:s prognos för kvinnor



Jämförelsen visar att vår viktade prognos är något lägre än vår tidigare utjämnade prognos och SCB:s prognos, särskilt vid lägre åldrar. Detta är rimligt eftersom tidigare erfarenhet visar att höginkomsttagare lever längre

än låginkomsttagare och därför förväntas dödsrisken per pensionskrona vara lägre än dödsrisken per person. Det fastställs bland annat i Pensionsmyndighetens rapport Dödlighet för olika grupper som publicerades i december 2024. Vid högre åldrar minskar skillnaden mellan viktad och oviktad dödsrisk.

Baserat på vår viktade prognos ovan blir återstående utbetalningstid per krona i premiepensionssystemet år 2068, från 65 års ålder, 25,5 år för kvinnor och 24,2 år för män. Det är några månader längre än motsvarande återstående livslängderna som baseras på vår utjämnade, oviktade prognos.

Det är möjligt att ett annat val av vikt skulle påverka den resulterande prognosen. För premiepensionen skulle det vara att föredra att enbart använda premiepensionskapital som vikt, men eftersom systemet är under infasning och de äldsta individerna med premiepensionsbehållning är födda 1938 kan vi inte använda enbart data från premiepensionen.

# Diskussion

Det finns flera olika modeller som kan användas för dödlighetsprognoser. De modeller vi utvärderar i denna rapport inkluderar en dödlighet i början av prognostiden som beror på ålder och en förändringstakt som innebär att dödsrisken vid varje ålder förändras över tid. Med andra ord kan man säga att våra modeller har en ålderseffekt och en periodeffekt. Vår bästa prognos, den utjämnade prognosen ovan, har en periodeffekt som varierar med ålder. Ett exempel som kan leda till en periodeffekt är medicinska framsteg som minskar dödlighet på grund av sjukdomar. Om de sjukdomar där behandlingen förbättras påverkar individer i vissa åldrar mer än andra kan denna periodeffekt variera med ålder.

I vissa dödlighetsmodeller används även en kohorteffekt. Det innebär att dödligheten varierar baserat på individens födelseår. Teorin bakom detta är att det finns vissa faktorer som påverkar olika födelsekohorter i olika utsträckning. Ett exempel kan vara vaccinationsprogram som introducerats för särskilda födelsekullar. Eftersom kalenderår är summan av födelseår och ålder går det inte att behandla kohort som oberoende av ålder och period.

Vi noterar att även om vi använder en annan struktur för vår modell och delvis utgår från en annan studieperiod resulterar vår modell i en prognos som liknar SCB:s prognos, särskilt för individer som är äldre än 60 år. För Pensionsmyndigheten och framförallt premiepensionsverksamheten är det livslängd efter pensionsålder som har störst betydelse. Därför är det betryggande att vi själva kan återskapa en prognos som ligger nära den prognos från SCB som i dagsläget ligger till grund för de antaganden som används inom premiepensionsverksamheten.

Med tanke på att vår egen prognos stämmer väl överens med SCB:s prognos ser Pensionsmyndigheten ingen anledning att ändra vår nuvarande metod för dödlighetsprognoser inom premiepensionen. Däremot har arbetet med denna rapport gett en utökad förståelse för hur vårt bestånd ser ut och hur vi kan göra rimlighetsbedömningar av SCB:s prognoser i framtiden.

# Referenser

Ekheden & Hössjer (2014), *Analysis of the Stochasticity of Mortality Using Variance Decomposition*, D. Silvestrov and A. Martin-Löf (eds.), *Modern Problems in Insurance Mathematics*, EAA Series, DOI: 10.1007/978-3-319-06653-0\_13, Springer International Publishing Switzerland 2014

Lee R.D. and L. Carter (1992), *Modelling and forecasting US mortality*, Journal of the American Statistical Association, 87(419), 659-671.

Pensionsmyndigheten (2024), *Dödlighet för olika grupper - Analys av dödlighetens utveckling för olika sociala grupper*

Pensionsmyndigheten (2024), *Nya dödlighetsantaganden för premiepensionen*

SCB (2024), *Sveriges framtida befolkning 2024–2070*

SCB (2024), *Bilagor till Sveriges framtida befolkning 2024–2070*

Socialförsäkringsbalk (2010:110)

Svensk Försäkring (2023), *Dödlighetsundersökningen 2023 – en vidareutveckling av DUS 21*



# Bilaga – Matematisk beskrivning av prognosmetoder

Denna bilaga innehåller mer detaljerade matematiska beskrivningar av de modeller och metoder som används i rapporten.

Den observerade dödsrisken  $\widehat{q}_{x,t}$  vid ålder  $x$  och kalenderår  $t$  beräknas baserat på antalet observerade dödsfall och exponeringen.

$$\widehat{q}_{x,t} = \frac{D_{x,t}}{N_{x,t} + \frac{1}{2} D_{x,t}}$$

Där de olika symbolerna betyder:

$D_{x,t}$  antalet observerade dödsfall vid åldern  $x$  under kalenderår  $t$

$N_{x,t}$  total risktid, det vill säga den totala tid i år som individer var  $x$  år gamla under kalenderåret. Till exempel blir risktiden för en individ som var  $x$  år gammal den 1 januari och som fyllde  $x+1$  år den 30 juni 6 månader.

## Enkel prognos

Den modell som används för att beskriva dödsrisk  $q$  vid ålder  $x$  och kalenderår  $t$  är:

$$\text{logit}(q_{x,t}) = \text{logit}(q_{x,t_0}) + \delta (t - t_0)$$

Där de olika symbolerna betyder:

$q_{x,t}$  risken att avlida inom ett år vid ålder  $x$  och kalenderår  $t$

$t$  kalenderår

$t_0$  år 2018

$q_{x,t_0}$  risken att avlida inom ett år vid ålder  $x$  år 2018

$\delta$  förändringstakt av transformerad dödsrisk

Den transformerade dödsrisken år 2018 vid varje ålder  $\text{logit}(q_{x,0})$  beräknas som den genomsnittliga dödsrisken vid varje ålder  $x$  under perioden 2012 till 2024.

$$\text{logit}(q_{x,t_0}) = \frac{\sum_{t=2012}^{2024} \text{logit}(\widehat{q}_{x,t})}{13}$$

Där  $\widehat{q}_{x,t}$  är den observerade dödsrisken vid ålder  $x$  under kalenderår  $t$ .

För att beräkna en förändringstakt som inte beror på ålder beräknas först en observerad dödsrisk för varje kalenderår som inte tar hänsyn till ålder.

$$\hat{q}_t = \frac{D_t}{N_t + \frac{1}{2} D_t}$$

Förändringstakten skattas sedan genom linjär regression där vi antar att det finns ett linjärt förhållande.

$$\text{logit}(q_t) = \text{logit}(q_{t_0}) + \delta \times t$$

Parametrarna  $\text{logit}(q_0)$  och  $\delta$  skattas utifrån observationerna  $\hat{q}_t$  genom minstakvadratmetoden. Det innebär att vi skattar de parametrar för  $\text{logit}(q_0)$  och  $\delta$  som minimerar summan:

$$\sum_{t=2002}^{2024} (\text{logit}(\hat{q}_t) - \text{logit}(q_{t_0}) + \delta \times t)^2$$

## Detaljerad prognos

Den modell som används för att beskriva dödsrisk  $q$  vid ålder  $x$  och kalenderår  $t$  är:

$$\text{logit}(q_{x,t}) = \text{logit}(q_{x,t_0}) + \delta_x (t - t_0)$$

Där de olika symbolerna betyder:

$q_{x,t}$  risken att avlida inom ett år vid ålder  $x$  och kalenderår  $t$

$t$  kalenderår

$t_0$  år 2018

$q_{x,t_0}$  risken att avlida inom ett år vid ålder  $x$  år 2018

$\delta_x$  förändringstakt av transformerad dödsrisk för åldern  $x$

Skillnaden mellan den detaljerade prognosen och den enkla prognosen är att förändringstakten  $\delta_x$  är åldersberoende i den detaljerade prognosen men samma för alla åldrar i den enkla prognosen.

Den transformerade dödsrisken år 2018 vid varje ålder  $\text{logit}(q_{x,0})$  beräknas på samma sätt som beskrivs ovan för den enkla prognosen.

Förändringstakten skattas separat för varje ålder genom linjär regression där vi antar att det finns ett linjärt förhållande.

$$\text{logit}(q_{x,t}) = \text{logit}(q_{x,t_0}) + \delta_x \times t$$

Parametrarna  $\text{logit}(q_{x,0})$  och  $\delta_x$  skattas för varje ålder  $x$  utifrån observationerna  $\hat{q}_{x,t}$  genom minstakvadratmetoden. Det innebär att vi skattar de parametrar för  $\text{logit}(q_{x,0})$  och  $\delta_x$  som minimerar summan:

$$\sum_{t=2002}^{2024} (\text{logit}(\hat{q}_{x,t}) - \text{logit}(q_{x,t_0}) + \delta_x \times t)^2$$

## Utjämnad prognos

Den modell som används för att beskriva dödsrisk  $q$  vid ålder  $x$  och kalenderår  $t$  är densamma som för den detaljerade prognosen.

$$\text{logit}(q_{x,t}) = \overline{\text{logit}(q_{x,t_0})} + \overline{\delta_x}(t - t_0)$$

Där de olika symbolerna betyder:

$q_{x,t}$  risken att avlida inom ett år vid ålder  $x$  och kalenderår  $t$

$t$  kalenderår

$t_0$  år 2018

$q_{x,t_0}$  risken att avlida inom ett år vid ålder  $x$  år 2018

$\overline{\text{logit}(q_{x,t_0})}$  utjämnad och logit-transformerad risk att avlida inom ett år vid ålder  $x$  år 2018

$\overline{\delta_x}$  utjämnad förändringstakt av transformerad dödsrisk för åldern  $x$

Skillnaden mellan den utjämnade prognosen och den tidigare detaljerade prognosen är att både  $q_{x,t_0}$ , risken att avlida inom ett år vid ålder  $x$  år 2018, och  $\overline{\delta_x}$ , förändringstakten av transformerad dödsrisk för åldern  $x$  är utjämnade så att de resulterande värdena vid närliggande åldrar blir mer jämna. Dessutom används studieperioden 2004 till 2024 för den utjämnade prognosen medan både den enkla och den detaljerade prognosen använde perioden 2002 till 2024.

När vi utjämnar parametrar vid olika åldrar antar vi att vi kan använda en modell som tar formen:

$$Y_i = f(x_i) + \varepsilon_i$$

Där  $f(x)$  är en okänd funktion och  $\varepsilon_i$  är en slumpvis felterm. Vi antar även att feltermerna  $\varepsilon_i$  är oberoende av varann och följer en identisk fördelning med 0 som medelvärde. Vi gör inga generella antaganden om  $f(x)$  men antar att den kan representeras lokalt med en kvadratisk ekvation.

Vi definierar en viktfunction där vi använder ett span som är 0,25. Andra span är möjliga och ger mer eller mindre utjämnade resultat.

$$w_i(x_0) = \left(1 - \left|\frac{x_i - x_0}{h(x)}\right|^3\right)^3 \text{ där } \left|\frac{x_i - x_0}{h(x)}\right| \leq 1 \text{ och annars } 0$$

Symbolerna betyder

$h(x)$  det maximala avståndet mellan två punkter för att det ska räknas som lokalt. Det betyder att vi antar att vi kan anpassa en kvadratisk funktion omkring  $x_0$  inom åldersspannet  $x_0 - h(x_0)$  och  $x_0 + h(x_0)$

$x_0$  är åldern i mitten av det lokala åldersspannet där vi anpassar vår kvadratiske funktion

$x_i$  är andra observationer nära  $x_0$

Vi har valt att definiera  $h(x)$  så att utjämningsfönstret motsvarar 25 procent av alla observationer. Ett bredare utjämningsfönster ger ett mer utjämnat resultat medan ett smalare fönster ger mer variation över olika åldrar.

Inom vårt utjämningsfönster mellan  $x_0 - h(x_0)$  och  $x_0 + h(x_0)$  antar vi att  $f(x)$  följer en kvadratisk funktion.

$$f(x) \approx \beta_0 + \beta_1(x - x_0) + \frac{1}{2}\beta_2(x - x_0)^2$$

Vi anpassar denna funktion genom att hitta parametrar  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ , och  $\beta_2$  som ger den bästa anpassningen omkring varje punkt  $x$ . Vi använder minsta kvadratmetoden för att anpassa de lokala parametrarna. Det vill säga, vi väljer de parametrar som minimerar summan:

$$\sum_{i=0}^n w_i(x_0) \left[ Y_i - (\beta_0 + \beta_1(x - x_0) + \frac{1}{2}\beta_2(x - x_0)^2) \right]^2$$

[www.pensionsmyndigheten.se](http://www.pensionsmyndigheten.se)

